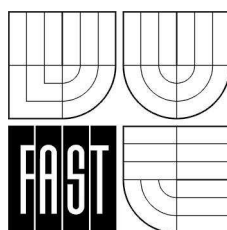


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

JAN JANDORA

HYDRAULIKA A HYDROLOGIE

MODUL 01



STUDIJNÍ OPORA
PRO STUDIJNÍ PROGRAMY S KOMBINOVANOU FORMOU STUDIA

OBSAH

1 Úvod	7
1.1 Cíle.....	7
1.2 Požadované znalosti.....	7
1.3 Doba potřebná ke studiu.....	7
1.4 Klíčová slova.....	7
ČÁST I – HYDRAULIKA	8
2 Fyzikální vlastnosti kapalin	8
2.1 Hustota a měrná tíha kapaliny.....	8
2.2 Soudržnost kapalin.....	9
2.3 Viskozita kapalin.....	9
2.4 Stlačitelnost kapalin.....	9
2.5 Tepelná roztažnost.....	10
2.6 Povrchové napětí.....	11
2.7 Kapilarita.....	11
2.8 Tepelná vodivost.....	12
2.9 Ideální kapalina.....	12
3 Hydrostatika	13
3.1 Tlak v kapalině.....	14
3.2 Neproměnnost tlaku v různých směrech.....	14
3.3 Eulerova diferenciální rovnice rovnováhy v kapalině.....	15
3.4 Tlak v kapalině, na níž působí jen tíže.....	17
3.5 Rovňové a hladinové plochy, spojitě nádoby a Pascalův teorém.....	18
3.6 Tlaková síla kapaliny na vodorovné plochy.....	19
3.7 Tlaková síla kapaliny na rovinné plochy.....	20
3.7.1 Analytické řešení.....	20
3.7.2 Horizontální a vertikální složka hydrostatické tlakové síly na rovinné plochy.....	22
3.7.3 Grafické znázornění hydrostatického tlaku na rovinné plochy s konstantní šířkou pomocí zatěžovacích obrazců.....	23
3.8 Tlakové síly na zakřivené plochy.....	24
3.9 Plování těles.....	26
4 Hydrodynamika	32
4.1 Rovnice kontinuity v 1D.....	34
4.2 Bernoulliho rovnice.....	36
4.2.1 Bernoulliho rovnice.....	36
4.2.2 Příklady použití Bernoulliho rovnice.....	39
4.3 Věta o hybnosti (impulsová věta).....	41
5 Výtok kapaliny otvorem z nádob	43
5.1 Ustálený výtok kapaliny otvorem z nádob.....	43
5.1.1 Volný výtok malým otvorem ve dně.....	43
5.1.2 Součinitelé výtoku, zúžení, výtokové rychlosti a ztrát.....	45
5.1.3 Volný výtok otvorem ve svislé stěně.....	47
5.1.4 Volný výtok hydraulicky malým otvorem ve svislé stěně.....	49
5.1.5 Výtok ponořeným otvorem ve svislé stěně.....	49
5.1.6 Výtok částečně ponořeným obdélníkovým otvorem.....	50

5.1.7	Volný výtok obdélníkovým otvorem v šikmé stěně.....	51
5.2	Plnění a prázdňení	51
5.2.1	Plnění a prázdňení prizmatické nádoby otvorem při $Q_p = \text{konst.}$	53
5.2.2	Prázdňení válcové cisterny otvorem při $Q_p = 0$	54
6	Přepady	57
6.1	Ostrohranné přelivy	59
6.1.1	Výpočet přepadu přes ostrou hranu, Bazinův přeliv	59
6.1.2	Nedokonalý přepad přes ostrou hranu.....	61
6.1.3	Ostrohranné přelivy s bočním zúžením.....	62
6.2	Jezové přelivy	63
6.2.1	Výpočet přepadu přes jezová tělesa	64
6.2.2	Nedokonalý přepad	64
6.2.3	Vliv půdorysného uspořádání jezů.....	65
6.2.4	Boční kontrakce.....	65
6.2.5	Jezy obdélníkového příčného průřezu.....	66
6.2.6	Jezy lichoběžníkového příčného průřezu	66
6.2.7	Proudnicová přelivná plocha.....	67
6.2.8	Některé typy pohyblivých jezů	68
6.3	Přepad přes širokou korunu bez bočního zúžení	68
7	Ustálené tlakové proudění vody v potrubí.....	74
7.1	Hydraulické odpory	74
7.2	Základní rovnice pro rovnoměrný pohyb kapalin	75
7.3	Laminární a turbulentní proudění.....	77
7.4	Ztráty třením.....	79
7.4.1	Součinitel tření	80
7.4.2	Rychlostní součinitel C	82
7.4.3	Empirické výrazy pro výpočet součinitele tření λ	83
7.5	Místní ztráty.....	84
7.5.1	Náhlé rozšíření průřezu potrubí - Bordova ztráta.....	85
7.5.2	Kónické rozšíření průřezu	86
7.5.3	Náhlé zúžení průřezu.....	87
7.5.4	Kónické zúžení průřezu.....	87
7.5.5	Ztráta na vtoku do potrubí a výtoku z potrubí.....	88
7.5.6	Ztráta v obloucích a v kolenech	88
7.6	Hydraulicky krátká potrubí.....	90
7.6.1	Shybka.....	90
7.6.2	Hydraulicky krátká složená potrubí	91
7.7	Hydraulicky dlouhé potrubí a potrubí s odběrem po délce	92
8	Ustálené proudění vody v otevřených korytech.....	96
8.1	Rovnoměrné proudění vody v otevřených korytech.....	96
8.1.1	Výpočet průřezové rychlosti	97
8.1.2	Rychlostní vzorec Pavlovského	97
8.1.3	Rychlostní vzorec Manningův	98
8.1.4	Rychlostní vzorec Stricklerův	98
8.1.5	Hydraulický výpočet rovnoměrného proudění v otevřených korytech	99

8.1.6	Profily o různých drsnostech jednotlivých částí	99
8.1.7	Složené profily	100
8.1.8	Uzavřené profily s volnou hladinou.....	100
8.1.9	Měrná energie průřezu	101
8.1.10	Proudění kritické, říční a bystřinné.....	102
8.1.11	Určení kritické hloubky ve vybraných profilech	104
8.1.12	Froudovo kritérium	104
8.2	Nerovnoměrné ustálené proudění vody v otevřených korytech.....	105
8.2.1	Křivky vzduť a snížení	105
8.2.2	Řešení nerovnoměrného pohybu metodou po úsecích.....	106
8.2.3	Řešení nerovnoměrného pohybu metodou po úsecích v prizmatických korytech.....	108
8.2.4	Řešení nerovnoměrného pohybu metodou po úsecích v přirozených korytech	109
8.2.5	Výpočet průtoku ze známého průběhu hladiny	111
8.2.6	Výpočet průtoků v ramenech koryta.....	111
9	Vodní skok.....	115
9.1	Druhy vodního skoku.....	116
9.2	Prostý vodní skok.....	117
9.2.1	Funkce vodního skoku	117
9.2.2	Výpočet vzájemných hloubek.....	118
9.2.3	Délka vodního skoku	119
9.2.4	Ztráta energie ve vodním skoku.....	119
9.3	Spojení hladin vodních zdrží – návrh vývaru	119
9.3.1	Základní rovnice	120
9.3.2	Dimenzování podjezí - vývaru.....	121
9.3.3	Schéma hydraulického řešení vývaru	122
10	Mosty	125
10.1	Mosty na tocích s říčním prouděním.....	126
10.1.1	Vtok zatopený dolní vodou.....	126
10.1.2	Vtok není zatopený dolní vodou	127
10.2	Mosty na tocích s bystřinným prouděním.....	127
11	Propustky	129
11.1	Propustky s volnou hladinou po celé délce	130
11.1.1	Propustky neovlivněné dolní vodou.....	130
11.1.2	Propustky ovlivněné dolní vodou	131
11.2	Propustky s volnou hladinou a zatopeným vtokem	131
11.2.1	Propustky neovlivněné dolní vodou.....	132
11.2.2	Propustky ovlivněné dolní vodou	132
11.3	Tlakové propustky (kruhové).....	133
11.3.1	Výtok z propustku není zatopen dolní vodou	133
11.3.2	Výtok z propustku je zatopen dolní vodou	134
12	Proudění podzemní vody	135
12.1	Darcyho vztah	136
12.2	Dupuitovy předpoklady.....	138
12.3	Jímání podzemní vody	139
12.3.1	Filtrační stabilita na plášti studny	139

12.3.2	Úplná studna s volnou hladinou	140
12.3.3	Neúplná studna s volnou hladinou	141
12.3.4	Studny tlakové.....	141
12.3.5	Studny vsakovací.....	142
12.4	Sběrná štola	143
12.5	Soustava studní.....	144
ČÁST II – HYDROLOGIE.....		147
13	Hydrologie - základní pojmy.....	147
13.1	Význam a rozdělení hydrologie.....	147
13.2	Vývoj hydrologie.....	148
13.3	Rozdělení vody na zemi	149
13.4	Koloběh vody na zemi.....	149
13.5	Povodí.....	150
13.6	Srážkoodtokový proces v povodí	151
13.7	Základní bilanční rovnice	153
14	Meteorologie a klimatologie	153
14.1	Vlhkost ovzduší.....	154
14.2	Výpar	155
14.3	Srážky	157
14.3.1	Vznik a druhy	157
14.3.2	Extrémní deště.....	157
14.3.3	Měření srážek	159
14.4	Plošné a časové rozdělení srážek. Extrémní hodnoty.....	161
15	Říční síť	161
Vodní toky		161
15.1	Vodní stavy a jejich pozorování	163
15.2	Měření průtoků	165
15.3	Měrná křivka průtoků	168
16	Režim vodních toků	169
16.1	Čáry četnosti a čáry překročení průtoků.....	171
16.2	Vlivy působící na povrchový odtok	172
16.3	Maximální průtoky	174
16.4	Minimální průtoky.....	180
16.5	Zimní režim toků a ledové jevy.....	180
17	Vodní nádrže	181
18	Závěr	184
18.1	Shrnutí	184
19	Studijní prameny	184
19.1	Seznam použité literatury	184
19.2	Seznam doplňkové studijní literatury	185
20	Autotest	185
21	Klíč	187

1 Úvod

1.1 Cíle

Studijní text „*Hydraulika a hydrologie*“, který máte před sebou, je studijní oporou stejnojmenného předmětu v kombinovaném studiu bakalářského studijního programu Inženýrské stavitelství na Fakultě stavební Vysokého učení technického v Brně. Snahou autora bylo, aby obsah textu byl srozumitelný a zároveň stručný. Teoretické odvození nalezne čtenář v studijních pramenech (Kap. 11).



Hromadný výskyt vody na Zemi a její nezastupitelnost pro veškerý život a činnost člověka, byl příčinou toho, že se postupně vyvinula řada vědních oborů zabývajících se výskytem vody, jejím oběhem, mechanickými vlastnostmi, vodní biologii, chemií, atd. V dalším se budeme zabývat jednou z nich, a to hydraulikou, která tvoří společně s hydrologií teoretické základy vodního stavitelství.

Hydraulika by se podle svého názvu (hydor = voda, aulos = potrubí, žlab) měla zabývat pouze pohybem vody v potrubí nebo ve žlabu. Ve skutečnosti je její náplň mnohem širší. **Hydraulika je věda o zákonitostech rovnováhy a pohybu tekutin a vzájemném působení tekutin a tuhých těles.** Její fyzikálně matematický základ tvoří hydromechanika, která je částí klasické teoretické mechaniky. Pro úlohy technické praxe, pro které nemá hydromechanika teoretického řešení, používá hydraulika vztahů empirických, odvozených z pozorování a měření v přírodě in situ nebo na modelech.

Hydrologie by podle doslovného překladu z řečtiny (logos = nauka) znamenala nauka o vodě. Dnes používáme tento název v užším smyslu a **hydrologie je věda o výskytu a oběhu vody v přírodě**, která ze systematického pozorování těchto jevů v přírodě formuluje příslušné závěry, zákonitosti a vztahy.

1.2 Požadované znalosti

Mezi požadované znalosti patří zejména základy fyziky a matematiky.



1.3 Doba potřebná ke studiu

Doba potřebná ke studiu této základní části hydrauliky je cca 32 hodin a dalších cca 18 hodin na propočítání příkladů.



1.4 Klíčová slova

hydraulika, hydrostatika, hydrologie, rovnice spojitosti, Bernoulliova rovnice, proudění vody v potrubí, výtok kapaliny otvorem, přepady, ztráty v potrubí, proudění vody v kanálech s volnou hladinou, vodní skok, meteorologie, říční síť, vodní nádrže, proudění podzemní vody.



ČÁST I – HYDRAULIKA



Hydraulika je oddíl technické mechaniky, která studuje zákony klidu a pohybu kapalin. Dělí se na dvě základní části:

- *hydrostatiku*, která se zabývá kapalinami, které se nepohybují (jsou v klidu) a jejich účinkem na tuhá tělesa;
- *hydrodynamiku*, která se zabývá pohybem kapalin a jejich působením na tuhá tělesa při jejich vzájemném relativním pohybu.

2 Fyzikální vlastnosti kapalin

2.1 Hustota a měrná tíha kapaliny



Hustota kapaliny ρ (měrná hmotnost) je hmotnost kapaliny vztažená na jednotku objemu:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \quad (2.1)$$

a její průměrná hodnota v prostoru:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{V} \int_V \rho dV = \frac{m}{V}, \quad (2.2)$$

kde m je hmotnost homogenní kapaliny a V objem kapaliny.



Kapaliny jsou málo stlačitelné a jejich hustota se mění nepatrně s tlakem. Teplem se kapaliny roztahují, přičemž se jejich hustota zmenšuje se stoupající teplotou. Výjimku tvoří pouze voda, která se od 0°C do 4°C smršťuje a dalším vzrůstem teploty se roztahuje (anomálie vody). Tyto změny platí při konstantním tlaku. Změna hustoty vlivem změny vnějšího tlaku se projevuje stlačitelností (Kap. 2.4). Vliv teploty na hustotu vody při tlaku 10^5 Pa ukazuje Tab. 2.1. **Pro praktické výpočty ve stavební praxi obvykle uvažujeme $\rho = 1\,000$ kg/m³.**

Tab. 2.1 Hustota a kinematická viskozita vody v závislosti na teplotě při tlaku $1,01 \cdot 10^5$ Pa

T [°C]	ρ [kg/m ³]	ν [m ² /s]	T [°C]	ρ [kg/m ³]	ν [m ² /s]
0	999,84	$1,7938 \cdot 10^{-6}$	50	988,24	$0,515 \cdot 10^{-6}$
4	999,97	$1,5671 \cdot 10^{-6}$	60	983,38	$0,478 \cdot 10^{-6}$
10	999,70	$1,3101 \cdot 10^{-6}$	70	977,99	$0,415 \cdot 10^{-6}$
20	998,20	$1,0105 \cdot 10^{-6}$	80	972,01	$0,367 \cdot 10^{-6}$
30	995,65	$0,804 \cdot 10^{-6}$	90	965,30	$0,327 \cdot 10^{-6}$
40	992,36	$0,661 \cdot 10^{-6}$	100	959,69	$0,294 \cdot 10^{-6}$



Měrná tíha kapaliny γ je tíha kapaliny vztažená na jednotku objemu:

$$\gamma = \rho g, \quad (2.1)$$

kde g je tíhové zrychlení ($g = 9,806\,65$ m/s² \approx 9,81 m/s²).

2.2 Soudržnost kapalin

Napětí v kapalině je důsledkem odporu proti oddělení jednotlivých částic kapaliny, tzn. že kapaliny vykazují jistou pevnost v tahu, čili soudržnost. U vody je pevnost v tahu 36 Pa, tj. asi 10^7 krát méně než u oceli. Při řešení většiny úloh stavební praxe nemá proto soudržnost kapalin praktický význam.



2.3 Viskozita kapalin

V reálných kapalinách vznikají při vzájemném pohybu částic důsledkem vnitřního tření (viskozity) smyková (tangenciální) napětí τ . Newton zjistil, že vnitřní tření v kapalinách:

- nezávisí na tlaku v kapalině,
- závisí na druhu kapaliny,
- závisí na gradientu rychlosti čili na rychlostním spádu mezi dvěma vrstvami kapaliny (je-li rychlost dvou sousedních částic kapaliny stejná, nepůsobí mezi nimi tření).

Jsou-li dvě sousední vrstvičky vzdálené od sebe o dy a pohybuje-li se jedna vrstvička rychlostí u a druhá rychlostí $u + du$, lze podle Newtona smykové napětí vyjádřit vztahem:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy}, \quad (2.4)$$

kde μ je součinitel dynamické viskozity (charakterizuje viskozitu kapaliny) a $\frac{du}{dy}$ gradient rychlosti. **Kapaliny, u kterých můžeme smykové napětí τ vyjádřit podle (2.4), nazýváme newtonovské kapaliny** (kapaliny, pro něž platí přímá úměrnost mezi smykovým napětím a gradientem rychlosti).

V hydraulice často používáme pro charakteristiku viskozity kapaliny součinitel kinematické viskozity ν , který je definován jako podíl dynamické viskozity a hustoty kapaliny:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (2.5)$$

Pro výpočet kinematické viskozity vody v závislosti na teplotě T můžeme použít empirický vztah:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + 0,0337 T + 0,000221 T^2}, \quad (2.6)$$

kde ν_0 je kinematická viskozita při 0°C a T teplota (dosazuje se ve $^\circ\text{C}$).

Kinematická viskozita ν závisí na druhu kapaliny a na její teplotě. Vliv tlaku se projeví jen při jeho velkých hodnotách. V Tab. 2.1 jsou uvedeny hodnoty kinematické viskozity vody v závislosti na její teplotě.

2.4 Stlačitelnost kapalin

Stlačitelností rozumíme vlastnost kapaliny změnit svůj objem při změně tlaku. Stlačitelnost je charakterizována objemovou stlačitelností χ , která vyjadřuje





o kolik se zmenší jednotka objemu kapaliny při zvětšení tlaku o $\Delta p = 1 \text{ Pa}$ při $T = \text{konst.}$ (dále budeme v Kap. 2 uvažovat tlak záporně a tah kladně):

$$\chi = \frac{1}{V} \frac{dV}{dp}, \quad (2.7)$$

Převrácená hodnota stlačitelnosti definuje modul objemové pružnosti (stlačitelnosti) K :

$$K = \frac{1}{\chi}. \quad (2.8)$$



Hodnoty K pro vodu jsou uvedeny v Tab. 2.2. Jeho hodnota je ovlivněna množstvím pohlcených plynů a rozpuštěných solí ve vodě.



Objem kapaliny V po stlačení přírůstkem tlaku Δp je:

$$V = V_0 \left(1 + \frac{\Delta p}{K} \right). \quad (2.9)$$

kde V_0 je původní objem.



Změna tlaku Δp vyvolá zvětšení hustoty kapaliny na hodnotu:

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{\Delta p}{K} \right), \quad (2.10)$$

kde ρ_0 je hustota při tlaku p_0 .



Uvážíme-li, že modul pružnosti v tlaku je u oceli přibližně 210 GPa, tedy oproti vodě při běžných podmínkách ($K = 2,03 \text{ GPa}$) přibližně stonásobný, je zřejmé, že pojem nestlačitelnosti vody je opodstatněný ve srovnání s plyny a nikoliv s pevnými látkami. Přesto ve většině hydraulických úloh předpokládáme, že voda je prakticky nestlačitelná. Nemůžeme však zanedbat stlačitelnost u dlouhých přívodů vody v potrubí při náhlých a velkých zvýšeních nebo poklesech tlaku.

2.5 Tepelná roztažnost



Kapaliny mění svůj objem vlivem tepelných změn. Součinitel tepelné objemové roztažnosti β definujeme jako změnu objemu vyvolanou změnou teploty T o 1°K při $p = \text{konst.}$:

$$\beta = \frac{1}{V_0} \frac{dV}{dT}. \quad (2.11)$$



Změnu objemu kapaliny V přírůstkem teploty T o ΔT při $p = \text{konst.}$ vyjádříme vztahem:

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta T), \quad (2.12)$$

kde ΔT je rozdíl teploty ve $^\circ\text{K}$, V_0 počáteční objem při teplotě T_0 . Tepelná roztažnost závisí na počáteční teplotě kapaliny T_0 a na tlaku p , který na kapalinu působí (pro vodu je uvedena v Tab. 2.2).

2.6 Povrchové napětí

Povrchové napětí působí na kontaktní ploše mezi kapalinou a plynem nebo mezi dvěma nemísícími se kapalinami. Vlivem povrchového napětí dochází na styku kapaliny s jiným tělesem k jejímu ulpívání. Povrchové napětí σ vyjadřuje účinek kohesních sil F vztažených na jednotku délky l povrchu volné hladiny (uzavřené hranice):

$$\sigma = \frac{dF}{dl}. \quad (2.13)$$

Velikost povrchového napětí závisí jen na vlastnostech kapaliny a plynu a na jejich teplotě. Při hydraulických výpočtech ve většině případů velikost povrchového napětí zanedbáváme. V úvahách uvažujeme povrchové napětí pouze v souvislosti s kapilaritou (Kap. 2.7).

Tab. 2.2 Povrchové napětí vody na styku se vzduchem, modul objemové pružnosti a součinitel tepelné objemové roztažnosti vody v závislosti na teplotě a tlaku

	povrchové napětí		modul objemové pružnosti		součinitel tepelné objemové roztažnosti				
	$10^3 \sigma$	N/m	GPa		$10^4 \beta$				
					1/°K				
°C	0,1 MPa	0,1-0,5 MPa	5-10 MPa	0,1 MPa	10 MPa	20 MPa	50 MPa	90 MPa	
0	75,6	1,866	1,942	0,14	0,43	0,72	1,49	2,29	
20	73,5	2,030	2,160	1,50	1,65	1,85	2,36	2,89	
40	69,6	2,184	2,184	4,22	4,22	4,26	4,29	4,57	
60	66,2	2,155	2,155	5,56	5,48	5,39	5,23	5,14	
100		2,052	2,052	7,19	7,04	6,80	6,61	6,61	

2.7 Kapilarita

Povrchové napětí způsobuje kapilární elevaci (zdvih), resp. depresi (snížení) kapaliny v trubicích malého průměru (kapilárách), v tenkých štěrbinách a také v pórech zemin a hornin (Tab. 2.3). Schopnost kapaliny měnit vlivem povrchového napětí polohu hladiny v kapilárách nazýváme kapilarita. Kapilární výška je hodnota, o kterou hladina kapaliny v kapiláře stoupne, resp. klesne oproti normální hladině. Pro kruhovou trubicí kapilární výšku určíme ze vztahu:

$$h_{kap} = \frac{4 \sigma \cos \varphi}{\rho g D}, \quad (2.14)$$

kde σ je povrchové napětí, φ úhel smáčení, ρ hustota kapaliny a D průměr kapiláry.

Tab. 2.3 Kapilární výšky vybraných zemin

druh zeminy	kapilární výška [m]	druh zeminy	kapilární výška [m]
písky	0,03 - 0,1	sprašové hlíny	2,0 - 5,0
jemné písky	0,1 - 0,5	jílovohlinité zeminy	do 10,0
hlinité písky	0,5 - 2,0	jíly	přes 50,0

2.8 Tepelná vodivost



Hodnotou tepelné vodivosti λ_T charakterizujeme schopnost kapaliny vést teplo. Tepelná vodivost λ_T udává množství tepla, které projde za jednotku času krychlí o jednotkové hraně mezi dvěma protilehlými stěnami, mezi nimiž je teplotní rozdíl 1°K , jsou-li ostatní stěny krychle dokonale tepelně izolovány. Pro vodu je součinitel tepelné vodivosti λ_T při 20°C roven $\lambda_T = 0,598 \text{ W/m/K}$.

2.9 Ideální kapalina



Při odvození některých hydraulických jevů vycházíme ze zjednodušení, kdy zanedbáváme některé fyzikální vlastnosti kapalin. Proto často při matematické analýze pohybu kapalin vycházíme z pojmu ideální kapalina. Ideální kapalina je:

- ✖ nestlačitelná;
- ✖ objemově stálá při změnách teploty;
- ✖ neviskózní, takže v ní nepůsobí smyková napětí.

Př. 2.1



Barel o objemu $V = 500 \text{ l}$, naplněný vodou, byl uzavřen při teplotě $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Jaký tlak nastane v barelu, pokud se voda v něm ohřeje na teplotu $t_2 = 90^\circ\text{C}$ za předpokladu, že nedojde k odčerpávání vody (barel je neprodyšně uzavřen).

$$V_{20^\circ\text{C}} = 0,5 \text{ m}^3;$$

$$\rho_{20^\circ\text{C}} = \frac{m}{V_{20^\circ\text{C}}} \Rightarrow$$

$$m = \rho_{20^\circ\text{C}} V_{20^\circ\text{C}} = (998,20 * 0,5) \text{ kg};$$

$$m = 499,10 \text{ kg}.$$

$$\rho_{20^\circ\text{C}} = 998,20 \text{ kg/m}^3 \text{ (Tab. 2.1);}$$

$$\rho_{80^\circ\text{C}} = 972,01 \text{ kg/m}^3 \text{ (Tab. 2.1);}$$

$$K_{20^\circ\text{C}} = 2,03 \text{ GPa (Tab. 2.2);}$$

$$V_{80^\circ\text{C}} = \frac{m}{\rho_{80^\circ\text{C}}} = \frac{499,10}{972,01} \text{ m}^3;$$

$$\Delta p = ? \text{ Pa}.$$

$$V_{80^\circ\text{C}} = 0,5135 \text{ m}^3;$$

$$\Delta V = V_{80^\circ\text{C}} - V_{20^\circ\text{C}} = 0,0135 \text{ m}^3.$$

Řešení:

Podle rovnice (2.9) platí:

$$V_{100^\circ\text{C}} = V_{20^\circ\text{C}} \left(1 + \frac{\Delta p}{K_{20^\circ\text{C}}} \right) \Rightarrow \Delta V = \left(1 + \frac{\Delta p}{K_{20^\circ\text{C}}} \right);$$

$$\Delta p = \frac{\Delta V}{V_{20^\circ\text{C}}} K_{20^\circ\text{C}} = \frac{0,0135}{0,5} 2,03 \cdot 10^9 \text{ Pa};$$

$$\Delta p = 54,81 \text{ MPa}.$$

V barelu po ohřátí vody bude tlak o 54,81 MPa větší.

Př. 2.2

Při zkoušce tlakového potrubí o délce $L = 500 \text{ m}$ a průměru $D = 1,0 \text{ m}$ klesl po 12 hodinách tlak v potrubí z 5,5 MPa na 5,0 MPa. Zjistěte kolik vody uniklo z potrubí.

$$L = 500 \text{ m};$$

$$D = 1,0 \text{ m};$$

$$\Delta p = -0,5 \text{ MPa};$$

$$K_{20^\circ\text{C}} = 2,03 \text{ GPa (Tab. 2.2)}.$$

$$V_0 = \frac{\pi D^2}{4} L = \frac{\pi}{4} 500 \text{ m}^3;$$

$$V_0 = 392,699 \text{ m}^3.$$

Řešení:

Podle rovnice (2.12) platí:

$$V = V_0 \left(1 + \frac{\Delta p}{K_{20^\circ\text{C}}} \right) = 392,699 \left(1 + \frac{-0,5 \cdot 10^6}{2,03 \cdot 10^9} \right) \text{ m}^3;$$

$$V = 392,602 \text{ m}^3;$$

$$\Delta V = V_0 - V = 392,699 - 392,602 \text{ m}^3 = 0,097 \text{ m}^3.$$

Z potrubí vyteklo 97 l vody.

Kontrolní otázky

- Jmenujte základní fyzikální vlastnosti kapalin.
- Co je ideální kapalina?

3 Hydrostatika

Hydrostatika se zabývá kapalinami, které se nepohybují (jsou v klidu) a jejich účinkem na tuhá tělesa.

Na kapalinu obecně způsobují síly vnější, objemové a vnitřní:

- **vnější síly** - působí na povrch kapaliny - např. atmosférický tlak, atd.,
- **objemové síly** - působí na každý hmotný bod v daném objemu a jsou proto úměrné hmotnosti kapaliny - např. tíha kapaliny, odstředivá síla, atd.,
- **vnitřní síly** - síly vzájemného působení jednotlivých částí kapaliny.

Za klidu je výslednice všech těchto sil nulová. V reálné kapalině, která je v klidu, nevzniká tření a tato kapalina se chová jako ideální.

3.1 Tlak v kapalině



Uvažujme kapalinu bez pohybu (v klidu), která působí na element plochy dA tlakovou silou dF . V kapalině nepůsobí za rovnovážného stavu - v klidu smyková napětí. Kdyby se směr výsledné síly dF odchyloval od normály, mohli bychom sílu dF rozložit na složku normálovou (působící kolmo na dA) a smykovou (působící v rovině plochy dA). Smyková složka by způsobila pohyb, za klidu však v kapalině nepůsobí žádné tření (Odst. 2.3, při $u = 0$ m/s), které by jediné mohlo působit proti smykové složce a udržovat ji tak v rovnováze.



Odtud plyne důležitý závěr:

Síly, které působí na libovolnou rovinnou plochu v kapalině za klidu, musí být na tuto plochu kolmé.



Diferenciální poměr:

$$p = \frac{dF}{dA} \quad (3.1)$$

nazýváme tlak kapaliny v daném bodě. Je-li tento tlak na celou plochu A konstantní (např. na vodorovné dno), můžeme jej vyjádřit poměrem:

$$p = \frac{F}{A}, \quad (3.2)$$

kde F je normálová síla.

3.2 Neproměnnost tlaku v různých směrech



Z kapaliny, která je v klidu, vytkneme nekonečně malý klínový element (Obr. 3.1). Na tento element budou působit ve směru os y , z síly dF_y , dF_z a kolmo na plochu $BCFE$ síla dF_n . Velikosti těchto sil budou:

$$dF_y = p_y dx dz; \quad dF_z = p_z dx dy, \quad dF_n = p_n dx dn,$$

Elementární síly ve směru osy x na plochy ABC a DEF mají stejnou velikost, ale opačný směr, takže se vzájemně ruší. A protože působí kolmo na rovinu yz neovlivňují podmínku rovnováhy sil v této rovině yz .

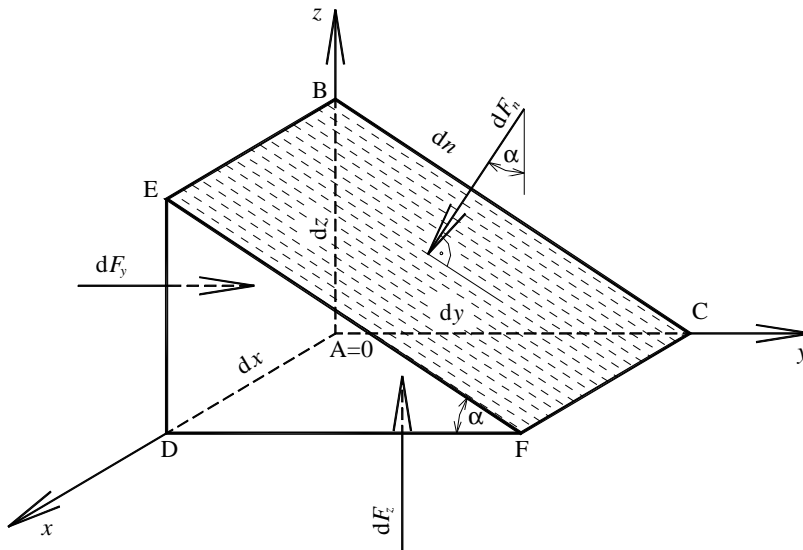
Objem elementu bude:

$$dV = \frac{1}{2} dx dy dz.$$

a objemová síla, která působí na element má velikost:

$$dG = \rho g dV = \rho g \frac{dx dy dz}{2}.$$

Síly dF_y , dF_z a dF_n jsou nekonečně malé veličiny druhého stupně a objemová síla dG je nekonečně malá veličina třetího stupně, a proto jí můžeme oproti nekonečně malým veličinám druhého stupně zanedbat.



Obr. 3.1 Tlak v libovolném bodě kapaliny

Rovnováhu sil do směrů os y a z můžeme napsat:

$$\begin{aligned} dF_y - dF_n \sin \alpha &= 0, & dF_z - F_n \cos \alpha &= 0, \\ p_y dx dz - p_n dx dn \sin \alpha &= 0, & p_z dx dy - p_n dx dn \cos \alpha &= 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

Protože:

$$dz = dn \sin \alpha \quad \text{a} \quad dy = dn \cos \alpha,$$

můžeme rovnice (3.3) napsat ve tvaru:

$$p_y dy dz - p_n dy dz = 0, \quad p_z dx dy - p_n dy dx = 0,$$

a tedy:

$$p_y = p_z = p_n.$$

Protože směr n jsme zvolili zcela libovolně, je tlak v libovolném bodě kapaliny, která je v klidu, ve všech směrech stejný.

3.3 Eulerova diferenciální rovnice rovnováhy v kapalině

Předpokládejme, že kapalina je v klidu. Dále si představme, že jsme z kapaliny vyňali nekonečně malý hranolek (Obr. 3.2) o velikosti stran dx dy dz . Aby nebyla porušena rovnováha, nahradíme působení okolní kapaliny tlakovými silami. Předpokládejme, že tlak na stěnu ABCD je p a jeho přírůstek ve směru osy y na vzdálenosti dy (stěna EFGH) je:

$$\frac{\partial p}{\partial y} dy.$$

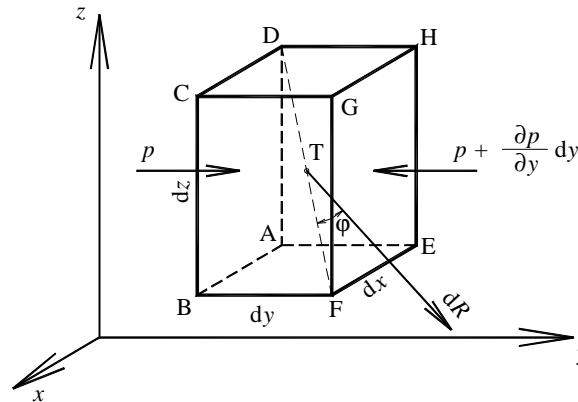
Obdobně bychom mohli určit tlaky i ve směru ostatních os. Na hmotu kapaliny v hranolku dále působí objemové síly, které mají výslednici dR a složky ve směru os:

$$dR_x = f_x dm, \quad dR_y = f_y dm, \quad dR_z = f_z dm,$$



$$dm = \rho dx dy dz,$$

kde dm je hmotnost kapaliny v hranolku, ρ hustota kapaliny a f_x, f_y, f_z složky objemového zatížení vztáženého na jednotku hmotnosti (složky zrychlení objemových sil).



Obr. 3.2 Změna tlaku v kapalině



Podmínka rovnováhy ve směru osy y :

$$p dx dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) dx dz + f_y \rho dx dy dz = 0,$$

dává po úpravě a po doplnění o podmínky rovnováhy ve směru osy y a z :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho f_x, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho f_y, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho f_z, \quad (3.4)$$

obecnou podmínku rovnováhy v kapalině, kterou odvodil Leonard Euler.

První z rovnic (3.4) vynásobíme dx druhou dy a třetí dz a sečteme:

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho (f_x dx + f_y dy + f_z dz),$$

kde dx, dy a dz jsou složky elementárního posunu. Levá strana rovnice je úplný diferenciál dp a představuje celkový diferenciální přírůstek tlaku při přechodu z bodu D po úhlopříčce hranolu do bodu F . Tedy

$$dp = \rho (f_x dx + f_y dy + f_z dz). \quad (3.5)$$

Rovnice (3.5) dává smysl pouze tehdy, když výraz v závorce na pravé straně představuje také úplný diferenciál nějaké funkce $U(x,y,z)$, kterou v mechanice nazýváme silovým potenciálem. Kapalina je v klidu pouze tehdy, když je možné odvodit složky objemového zatížení vztáženého na jednotku hmotnosti z potenciálu:

$$f_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad f_y = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad f_z = \frac{\partial U}{\partial z}.$$

Součiny $\rho f_x dx$, $\rho f_y dy$ a $\rho f_z dz$ jsou elementární práce vykonané objemovými silami vztáženými na jednotku objemu (ρf_x , ρf_y a ρf_z) při posunu ve směru úhlopříčky na dráze ds . Označíme-li φ úhel, který svírá směr objemové síly ve směrech posunu, bude vykonaná práce při posunu dána rovnicí:

$$d p = \rho (f_x dx + f_y dy + f_z dz) = \rho f ds \cos \varphi,$$

kde f je velikost výsledného objemového zatížení vztaženého na jednotku hmotnosti (velikost výsledného zrychlení objemových sil).

Přírůstek tlaku v kapalině v klidu se rovná práci složek objemové síly připadající na hmotnost jednotky kapaliny při uvažovaném elementárním posunu.

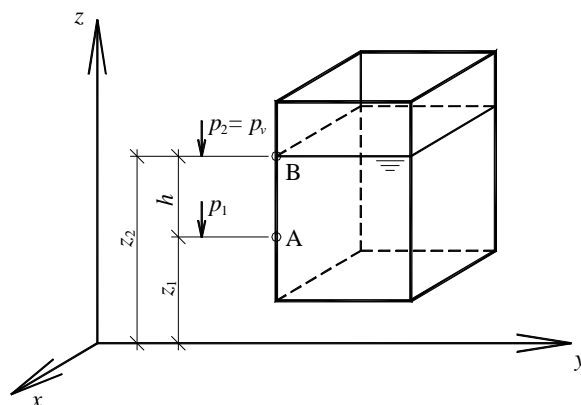
3.4 Tlak v kapalině, na níž působí jen tíže

Máme určit tlak v bodě A s převýšením nad srovnávací rovinou z_1 , který je v hloubce h pod hladinou kapaliny v nádobě (Obr. 3.3). Převýšení hladiny nad srovnávací rovinou je z_2 . Kapalina je gravitačním poli Země, jejíž tíhové zrychlení g působí proti směru osy z . Tedy:

$$f_x = 0,$$

$$f_y = 0,$$

$$f_z = -g.$$



Obr. 3.3 Tlak v kapalině na níž působí jen tíže

Po dosazení do (3.5) obdržíme:

$$d p = -\rho g dz,$$

integrováním (uvažuje se nestlačitelná kapalina – $\rho = \text{konst.}$):

$$\int_{p_1}^{p_2} d p = -\rho g \int_{z_1}^{z_2} dz,$$

$$p_2 - p_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$

a po formální úpravě:

$$p_1 = \rho g h + p_2,$$

kde $h = z_2 - z_1$ a $p_v = p_2$ je vnější tlak působící na povrch kapaliny.

Pro celkový statický tlak p_s v kapalině, která je v klidu platí:

$$p_s = p_h + p_v, \quad (3.6)$$

kde

$$p_h = \rho g h. \quad (3.7)$$



Rovnice (3.6) a (3.7) vyjadřuje hydrostatické rozložení tlaku v kapalině. Statický tlak p_s v libovolném bodě kapaliny, který působí vlastní tíha, se rovná hydrostatickému tlaku p_h zvětšenému o vnější tlak na povrch kapaliny p_v . Vnější tlak se přenáší do všech bodů kapaliny nezměněnou hodnotou. Naproti tomu **hydrostatický tlak p_h roste úměrně s hloubkou h** . Je-li $\rho = \text{konst.}$, pak hydrostatický tlak roste s hloubkou podle lineární závislosti. Vnější tlak je ve většině případů tlak atmosférický p_a . Je to tlak plynného obalu Země, který nemá stálou hodnotu a uvádí se průměrnou hodnotou $p_a = 101,325 \text{ kPa}$.

3.5 Rovňové a hladinové plochy, spojitě nádoby a Pascalův teorém



Rovňové plochy jsou plochy, na kterých je statický tlak konstantní.



Při posunu po takové rovňové ploše je tlakový přírůstek dp z rovnice (3.5) roven 0 ($dp = 0 \text{ Pa}$). Rovňová plocha musí být kolmá ke směru výsledného zrychlení.



Hladinové plocha je rovňová plocha tvořící povrch kapaliny.

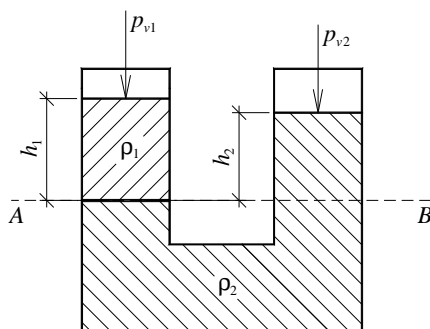


Na Zemi mají hladinové plochy přibližně kulový tvar (např. hladiny moří). Ve většině úvah však můžeme malou část takové plochy v okolí určitého bodu nahradit vodorovnou rovinou.

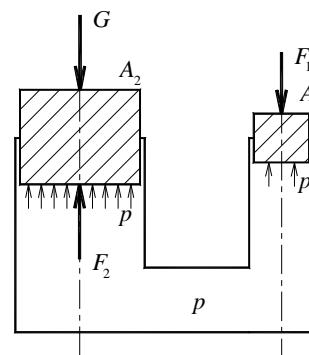


Ve dvou otevřených a navzájem spojených nádobách jsou dvě různé nemísící se kapaliny, které jsou v rovnováze (Obr. 3.4). **Rovina, která rozděluje obě kapaliny, je plochou rovňovou.** Proto tlaky na této ploše musí být všude stejné, jinak by byla porušena rovnováha. Platí:

$$p_{v1} + \rho_1 g h_1 = p_{v2} + \rho_2 g h_2. \quad (3.8)$$



Obr. 3.4 Spojité nádoby



Obr. 3.5 Hydraulický lis



Pascalův teorém: Tlak kapaliny uzavřené v malé nádobě a vystavené velkému vnějšímu tlaku je stálý v celém rozsahu kapaliny. Síla F_1 působí na píst o plošném obsahu A_1 tlakem $p = \frac{F_1}{A_1}$ (Obr. 3.5). Tento tlak se šíří rovnoměrně v celé kapalině všemi směry a druhý píst bude tedy vytlačován silou $F_2 = p A_2$. Abychom udrželi píst v rovnováze, musíme na druhý píst působit stejně velkou silou opačného směru $G = F_2$:

$$F_1 = p A_1, \quad G = F_2 = p A_2, \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}.$$

Síly, které působí na písty, jsou úměrné příslušným plochám. Pascalův teorém se uplatní v technické praxi, např. při výpočtu hydraulického lisu.

3.6 Tlaková síla kapaliny na vodorovné plochy

Na kapalinu, která je v klidu a na kterou působí jen tíže, působí ve všech bodech libovolné vodorovné roviny stejný tlak. A to proto, že každý bod takové roviny je ve stejné hloubce pod volnou hladinou. Vodorovné roviny jsou tedy plochy rovňové (d $p = 0$ Pa). Obecně je výslednice tlaku dána integrálem:

$$F = \int_A p \, dA, \quad p = \rho g h + p_v. \quad (3.9)$$

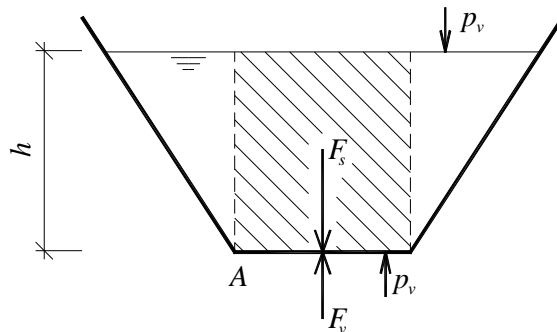
kde A je velikost zatěžované plochy. Jelikož se uvažuje vodorovná plocha, na které je stejný tlak ($p = \text{konst.}$), můžeme rovnici (3.9) upravit na tvar:

$$F = \int_A p \, dA = p \int_A dA = p A.$$

Výsledná síla F_s , která působí na celou uvažovanou vodorovnou plochu A , **se rovná součtinu této plochy a statického tlaku** v libovolném bodě plochy A (Obr. 3.6):

$$F_s = (p_v + p_h) A = (p_v + \rho g h) A,$$

$$F_s = F_v + F.$$



Obr. 3.6 Tlaková síla na vodorovné dno nádoby

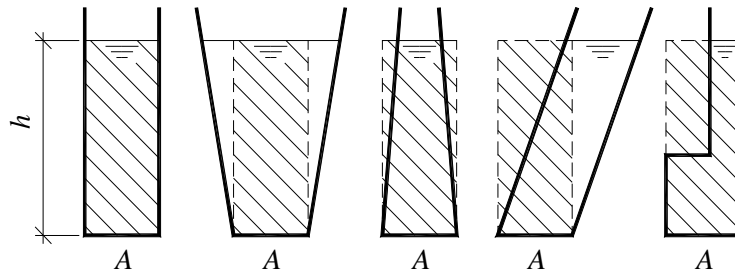
Jestliže ze vzdušné (druhé) strany plochy A působí vnější tlak p_v a tlaková síla od tohoto tlaku má velikost:

$$F_v = p_v A,$$

pak síla od hydrostatického tlaku - hydrostatická síla F :

$$F = \rho g h A \quad (3.10)$$

je způsobena pouze tíhou kapaliny. Tato **hydrostatická síla F se rovná tíze sloupce kapaliny, jejíž základnou je plocha dna a výškou je jeho hloubka pod hladinou h** . Tato věta platí pro nádobu jakéhokoliv tvaru. Na dno nádob podle Obr. 3.7 působí stejná hydrostatická síla podle vztahu (3.10). Nezáleží tedy na tíze kapaliny obsažené v nádobě, která může být i menší než hydrostatická síla kapaliny na dno. Tento poznatek nazýváme hydrostatické paradoxon.



Obr. 3.7 Hydrostatické paradoxon

3.7 Tlaková síla kapaliny na rovinné plochy



Libovolně nakloněnou rovinnou plochu v kapalině si představujeme jako plochu složenou z nekonečného počtu malých plošek dA . Obecně můžeme říci, že na každou plošku působí tlak p , který se mění spojitě s hloubkou h plošky dA pod hladinou. Přičemž tlak $p = f(x, y, z)$ je kolmý na danou plošku dA .

3.7.1 Analytické řešení

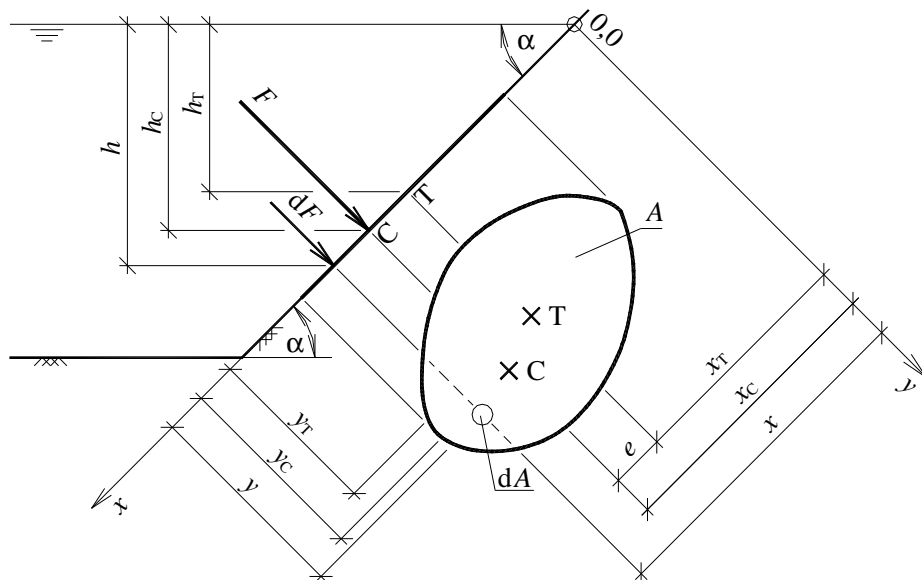


V rovině, která je odkloněna od volné hladiny o úhel α , je plocha A a v ní elementární ploška dA , která leží v hloubce h pod hladinou. Tlak v této hloubce je:

$$p = p_v + \rho g h$$

a tlaková síla dF na nekonečně malou plošku dA má velikost:

$$dF = (p_v + \rho g h) dA.$$



Obr. 3.8 Tlaková síla na rovinné plochy



Celková tlaková síla se určí integrováním v rozsahu plochy A podle (3.9):

$$F = \int_A p dA = \int_A p_v dA + \int_A \rho g h dA = p_v A + \rho g \int_A h dA.$$

Protože podle Obr. 2.8 je $h = x \sin \alpha$, bude:

$$\int_A h dA = \int_A x \sin \alpha dA = \sin \alpha \int_A x dA,$$

kde $\int_A x \, dA$ je statický moment plochy A k její průsečnici s volnou hladinou (osa y), který můžeme vyjádřit součinem plochy A a vzdálenosti jejího těžiště x_T od osy y :

$$\int_A h \, dA = \sin \alpha \int_A x \, dA = \sin \alpha x_T A = h_T A.$$

Výsledná síla bude:

$$F = (p_v + \rho g h_T) A.$$

Vnější tlak p_v je nejčastěji tlak vzduchu, který působí i z druhé strany plochy A . Síly $p_v A$ působící z obou stran nádoby jsou stejně velké ale opačného smyslu a navzájem se tedy ruší. Zůstává jen silový účinek tíhy kapaliny - hydrostatická tlaková síla:

$$F = \rho g h_T A. \quad (3.11)$$

Hydrostatická tlaková síla, která působí na rovinnou plochu, se rovná součinu této plochy a hydrostatického tlaku v jejím těžišti.

Protože všechny elementární síly dF jsou kolmé k ploše A , bude i výsledná síla kolmá k ploše A . Její působíště nalezneme z rovnosti momentů od výsledné hydrostatické tlakové síly F a dílčích sil dF k osám x a y . Bod C je působíštěm výsledné hydrostatické síly F . Momentová podmínka k ose y bude:

$$F x_C = \int_A x \, dF = \rho g \sin \alpha \int_A x^2 \, dA,$$

protože:

$$dF = \rho g \sin \alpha x \, dA \quad \text{a} \quad F = \rho g \sin \alpha \int_A x \, dA,$$

bude:

$$x_C = \frac{\rho g \sin \alpha \int_A x^2 \, dA}{\rho g \sin \alpha \int_A x \, dA} = \frac{\int_A x^2 \, dA}{\int_A x \, dA} = \frac{J_y}{A x_T}. \quad (3.12)$$

Vzdálenost působíště C výsledné hydrostatické tlakové síly F na danou plochu A od osy y se rovná podílu momentu setrvačnosti J_y plochy A k ose y a statickému momentu plochy A k téže ose. Nahradíme-li J_y momentem setrvačnosti J_T k těžišťové ose:

$$J_y = J_T + A x_T^2,$$

obdržíme:

$$x_C = \frac{J_T}{A x_T} + x_T. \quad (3.13)$$

Působíště hydrostatické tlakové síly je tedy pod těžištěm zatěžované plochy, a to o hodnotu:

$$e = \frac{J_T}{A x_T}, \quad (3.14)$$





kteřou nazýváme excentricita. Tato excentricita vymizí pro vodorovné dno ($x_T = \infty$) nebo pro oboustranně úplně ponořené šikmé plochy a obecně, je-li tlačaná plocha totožná s plochou rovňovou. Jde-li o poměrně malé plochy, které leží dosti hluboko pod hladinou, bývá tento rozdíl zanedbatelný.



Je-li plocha symetrická podle osy x , leží samozřejmě působíště C na této ose x . U nesouměrné plochy musíme ještě určit druhou souřadnici působíště y_C . Pomocí momentové věty k ose x bude:

$$F y_C = \int_A y dF = \rho g \sin \alpha \int_A x y dA,$$

$$y_C = \frac{\rho g \sin \alpha \int_A x y dA}{\rho g \sin \alpha \int_A x dA} = \frac{\int_A x y dA}{\int_A x dA},$$

$$y_C = \frac{D_{x,y}}{A x_T}, \quad (3.15)$$

kde $D_{x,y}$ je deviační moment plochy A k osám x, y .

3.7.2 Horizontální a vertikální složka hydrostatické tlakové síly na rovinné plochy



Při některých úlohách je výhodné, známe-li vodorovnou (horizontální) a svislou (vertikální) složku hydrostatické tlakové síly. Určíme je rozkladem síly F do dvou směrů - vodorovného a svislého (Obr. 3.9):

$$\begin{aligned} \text{vodorovná složka: } F_h &= F \sin \alpha = \rho g h_T A \sin \alpha, \\ F_h &= \rho g h_T A_v, \end{aligned} \quad (3.16)$$

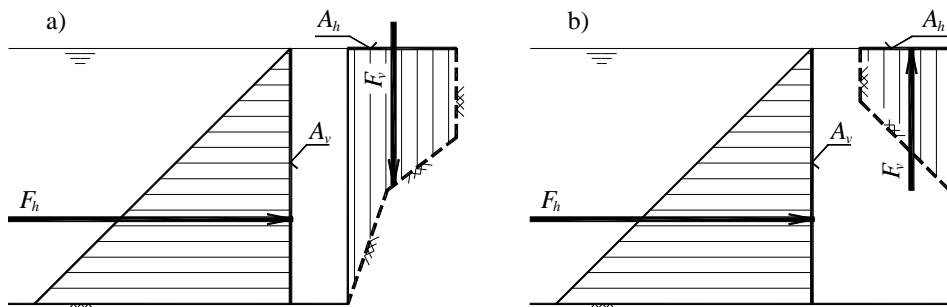
$$\begin{aligned} \text{svislá složka: } F_v &= F \cos \alpha = \rho g h_T A \cos \alpha, \\ F_v &= \rho g h_T A_h, \end{aligned} \quad (3.17)$$

kde A_v je průmět plochy A do svislé roviny a A_h průmět plochy A do vodorovné roviny.



Vodorovná složka hydrostatické tlakové síly se rovná hydrostatické tlakové síle na průmět tlačené plochy do svislé roviny kolmé k uvažovanému směru.

Svislá složka hydrostatické tlakové síly se rovná tíze svislého sloupce kapaliny nad tlačanou plochou až ke hladině. Pravidlo o svislé složce platí i v případě, kdy sloupec vody nad tlačanou plochou není, svislá složka směřuje vzhůru, vzniká zde vztlak (Obr. 3.9 b).



Obr. 3.9 Grafické znázornění vodorovné a svislé složky

Výsledná hydrostatická síla F jde průsečíkem obou složek a její velikost je:

$$F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2} . \quad (3.18)$$

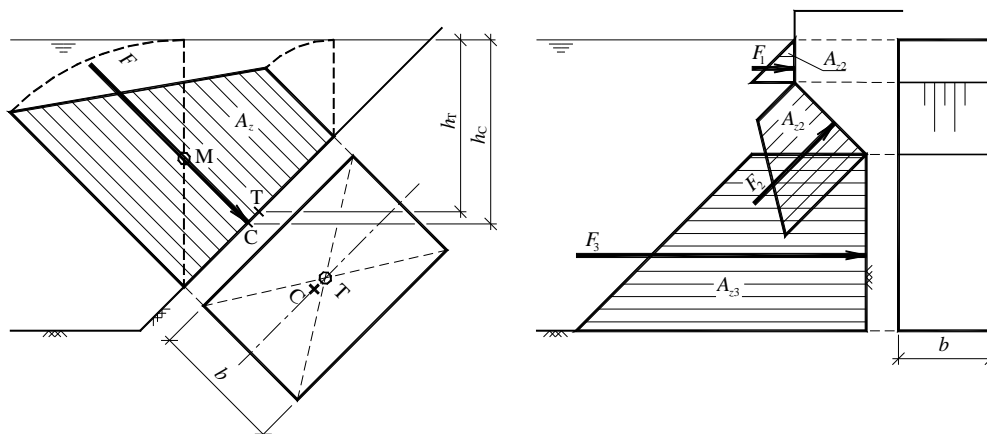


3.7.3 Grafické znázornění hydrostatického tlaku na rovinné plochy s konstantní šířkou pomocí zatěžovacích obrazců

Průběh hydrostatického tlaku můžeme znázornit graficky. Velikost, působiště a směr hydrostatické tlakové síly na rovinnou plochu s konstantní šířkou, která má horní a dolní hranu rovnoběžnou s hladinou, můžeme obdržet pomocí tzv. zatěžovacího obrazce (Obr. 3.10). Zatěžovací obrazec obdržíme graficky tak, že v každém bodě uvažované zatěžované plochy vyneseme jeho hloubku h pod hladinou, a to ve směru ve kterém působí tlak, tj. na kolmici k uvažované ploše. Velikost dílčí hydrostatické tlakové síly je:

$$F_i = \rho g b A_{zi} , \quad (3.19)$$

kde A_{zi} je plošný obsah i -tého zatěžovacího obrazce. To znamená, že plocha zatěžovacího obrazce představuje hydrostatickou tlakovou sílu při $\rho g b = 1$. Hydrostatická tlaková síla na i -tou obdélníkovou plochu se dvěma stranami rovnoběžnými s hladinou se rovná součinu měrné tíhy kapaliny γ , šířky tlačené plochy b a plochy zatěžovacího obrazce A_{zi} . Dílčí výslednice prochází těžištěm M_i zatěžovacího obrazce A_{zi} . Velikost výsledné hydrostatické tlakové síly F určíme vektorovým součtem dílčích sil F_i .



Obr. 3.10 Zatěžovací obrazce

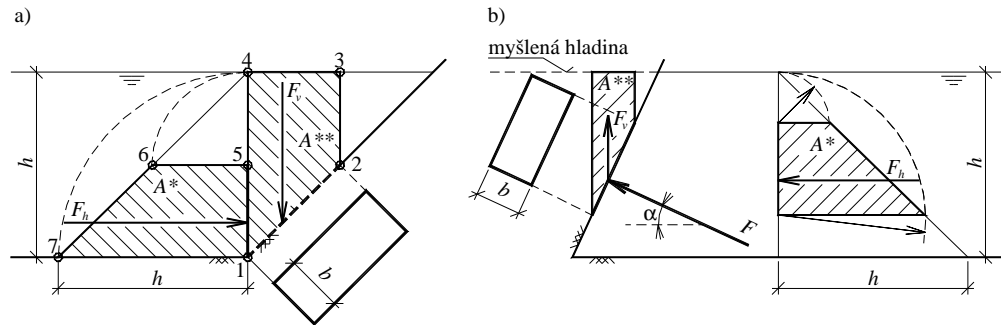
Uvedený postup si osvětlíme na příkladu obdélníkové stěny o šířce b (Obr. 3.11). Vodorovná složka je dána tlakem na obdélník o výšce $\bar{15}$ a šířce b a zatěžovací obrazec A^* bude lichoběžník 1567 (Obr. 3.11 a). Svislá složka je dána tíhou kapaliny o objemu V mezi zatěžovanou plochou a hladinou, jehož příčným řezem, tedy i zatěžovacím obrazcem A^{**} je lichoběžník 1234. Velikosti složek obdržíme, násobíme-li zatěžovací obrazce měrnou tíhou γ a šířkou b :

$$F_h = \rho g b A^* , \quad F_v = \rho g b A^{**} , \quad (3.20)$$

$$F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2} , \quad \text{tg } \alpha = \frac{F_v}{F_h} .$$

Jednotlivé složky procházejí těžištěm příslušného zatěžovacího obrazce. V případě, že složka směřuje vzhůru, hladina se uvažuje myšlená, vzniklá prodloužením skutečné hladiny (Obr. 3.11 b).





Obr. 3.11 Zatěžovací obrazce horizontální a vertikální složky hydrostatické tlakové síly

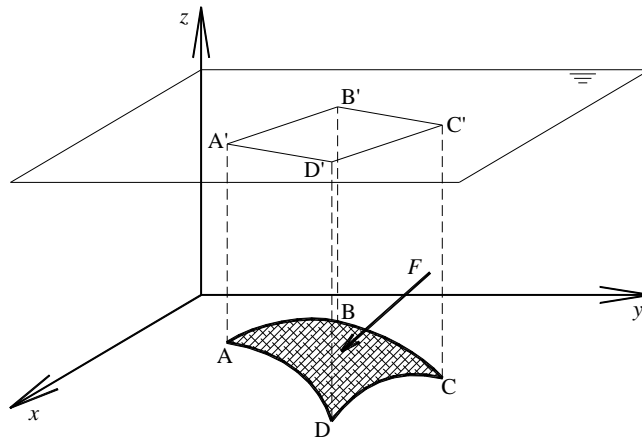


Je nutné ještě jednou zdůraznit, že uvedený postup určování tlakových sil pomocí zatěžovacího obrazce je možné použít pouze pro rovinnou plochu s konstantní šířkou (např. obdélník nebo koso obdélník) a s vodorovnými stranami. U jiných rovinných obrazců, jejichž šířka po výšce není konstantní, uvezené odvození neplatí.



3.8 Tlakové síly na zakřivené plochy

Elementární tlakové síly kapaliny, které jsou kolmé k příslušné elementární ploše, nebudou u zakřivené plochy vzájemně rovnoběžné. V obecném případě se nemusí protínat v jednom bodě a dávat jedinou výslednici. Jedinou výslednici obdržíme jen ve zvláštních případech. Například v libovolné části kulové plochy mají elementární tlakové síly směr průvodičů, protínají se ve středu koule a dávají svazek sil s výslednicí procházející středem koule. Jedinou výslednici dávají také síly, které působí na válcovou plochu s vodorovnou nebo svislou osou (např. segmentové a válcové uzávěry, klapky, vodojemy, atd.).



Obr. 3.12 Hydrostatická síla na zakřivené plochy



Velikost hydrostatické síly F je určena složkami F_x , F_y a F_z ve směru jednotlivých souřadných os (Obr. 3.12):

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}.$$

Vodorovné složky F_x a F_y mají velikost:

$$F_x = \rho g h_{Tx} A_{yz}, \quad F_y = \rho g h_{Ty} A_{xz},$$

kde h_{Tx} je hloubka těžiště průmětu A_{yz} zatěžované plochy ABCD do roviny yz a h_{Ty} hloubka těžiště průmětu A_{xz} zatěžované plochy ABCD do roviny xz , ρ hustota tekutiny a g tíhové zrychlení.

Svislá složka je dána:

$$F_z = \rho g V = G,$$

kde V je objem hranolu se svislými stěnami, který je dole ohraničený zakřivenou plochou ABCD a nahoře průmětem A'B'C'D' zakřivené plochy do hladiny a G je tíha tohoto hranolu.

Horizontální složky hydrostatické tlakové síly kapaliny působící na zakřivenou plochu se rovnají hydrostatické síle na průmět plochy do svislé roviny kolmé na uvažovaný směr.

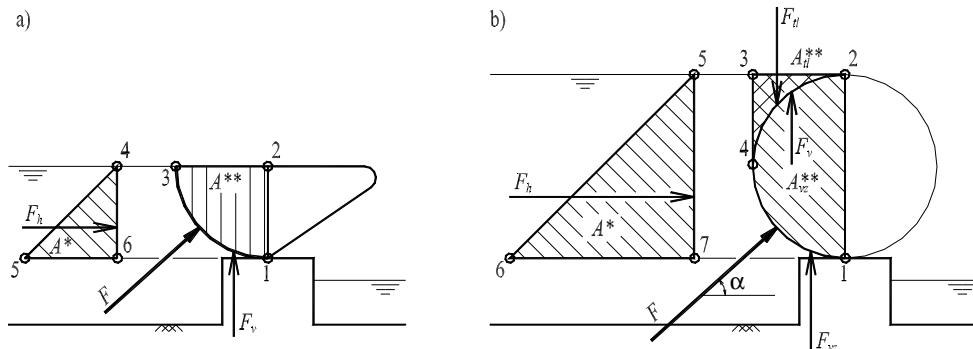
Vertikální složka hydrostatické tlakové síly je určena tíhou sloupce kapaliny, omezeného dole plochou a nahoře svislou projekcí této plochy do volné hladiny.

Směr výsledné síly se vypočítá z odchylek:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_x}{F}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_y}{F}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_z}{F}.$$

Zvláštním případem jsou válcové plochy, které mají tvořící přímky rovnoběžné s některou z os. Dále budeme počítat tlakovou sílu na válcovou plochu s vodorovnou osou, které mají po výšce konstantní šířku $b = \text{konst.}$ Výslednou sílu můžeme určit pomocí vodorovné a svislé složky (Obr. 3.13). Tyto složky lze určit pomocí zatěžovacích obrazců.

V případě segmentového uzávěru šířky b podle Obr. 3.13a je vodorovná složka určena zatěžovacím trojúhelníkem 456 a svislá složka je rovna tíze kapaliny nad zatěžovanou plochou až do hladiny - obrazec 123. Jednotlivé složky a výslednici tlakové síly určíme podle (3.20).



Obr. 3.13 Uzávěr a) segmentový, b) válcový

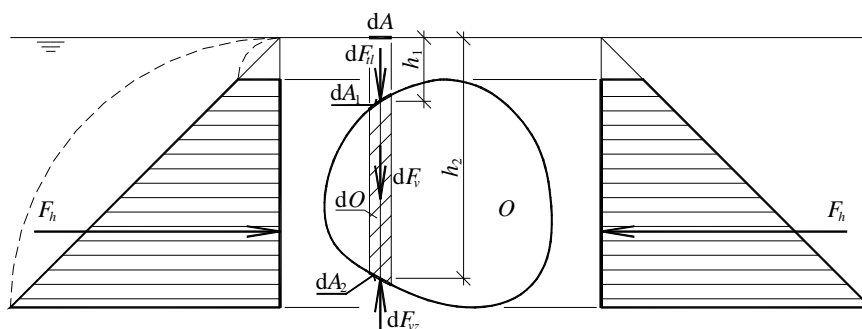
V případě válcového uzávěru šířky b podle Obr. 3.13b je vodorovná složka určena zatěžovacím trojúhelníkem 567 a svislá složka je tlaková a vztlaková. Tlaková svislá složka působí na plochu v řezu označenou jako $\overline{24}$ a příslušný zatěžovací obrazec je 234. Vztlaková svislá složka působí na plochu označenou jako $\overline{14}$ a příslušný zatěžovací obrazec je 1234. Platí:

$$F_h = \rho g b A^*,$$

$$F_{vz} = \rho g b A_{vz}^{**}, \quad F_{tl} = \rho g b A_{tl}^{**}, \quad \overline{F_v} = \overline{F_{vz}} + \overline{F_{tl}},$$

$$F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{F_v}{F_h}.$$

3.9 Plování těles



Obr. 3.14 Vztlak



Uvažujme pevné těleso úplně ponořené do kapaliny, která se nepohybuje. Těleso udržujeme v rovnováze např. zavěšením. Hledejme výslednici tlakových sil kapaliny na toto těleso.

Vodorovná složka tlakové síly v libovolném směru se rovná hydrostatické tlakové síle na průmět příslušné tlačené plochy do vodorovné roviny kolmé k tomuto směru. Jelikož průměty jsou totožné, působí na ně vodorovné tlakové síly stejně veliké, ale opačného směru, které se navzájem ruší. To platí pro libovolný vodorovný směr.

Zbývá určit svislou složku. Zvolíme-li na povrchu tělesa dvě elementární plošky dA_1 a dA_2 svisle nad sebou položené tak, aby jejich průměty dA do vodorovné roviny byly stejné. Svislé složky tlakových sil na tyto plošky jsou dány tíhami sloupců kapaliny svisle nad nimi až k hladině:

$$\text{směrem dolů:} \quad dF_{tl} = \rho g dA h_1,$$

$$\text{směrem vzhůru:} \quad dF_{vz} = \rho g dA h_2,$$

tedy výslednice:

$$dF_v = \rho g dA (h_2 - h_1) = \rho g dO,$$

kde dO je objem vyšrafovaného elementárního hranolu. Integrací po celém povrchu tělesa dostáváme svislou výslednici všech tlakových sil kapaliny na těleso:

$$F_v = \rho g O,$$

kde O je objem ponořené části tělesa. Tím dospíváme ke známé a velmi důležité Archimédově větě, která je z doby okolo roku 250 př. n. l..



Těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno vztlakovou silou, která se rovná tíze kapaliny tělesem vytlačené.



Tuto v literatuře používanou větu bychom však měli přeformulovat, jelikož se obecně nemusí jednat o tíhu kapaliny tělesem vytlačeným, ale o tíhu kapaliny o objemu ponořené části tělesa. Jinými slovy, **kapalina působí na ponořené těleso vždy směrem vzhůru vztlakovou silou, jejíž velikost se rovná tíze kapaliny o objemu ponořené části tělesa**. Tato vztlaková síla prochází těžištěm ponořené části tělesa. Vztlaková síla má důležitou úlohu při plování těles.

Na těleso ponořené do kapaliny působí vlastní tíha tělesa G ve směru gravitace (tedy směrem dolů) v těžišti tělesa T a vztlaková síla F_{vz} směrem vzhůru v těžišti ponořené části tělesa C :

$$G = \rho_t g V_t, \quad F_{vz} = \rho g W, \quad (3.21)$$

kde W je výtlaček - objem ponořené části tělesa, V_t objem tělesa, ρ_t hustota tělesa, ρ hustota kapaliny a g tíhové zrychlení.

V závislosti na vzájemném poměru velikostí těchto dvou sil nastávají tyto případy:

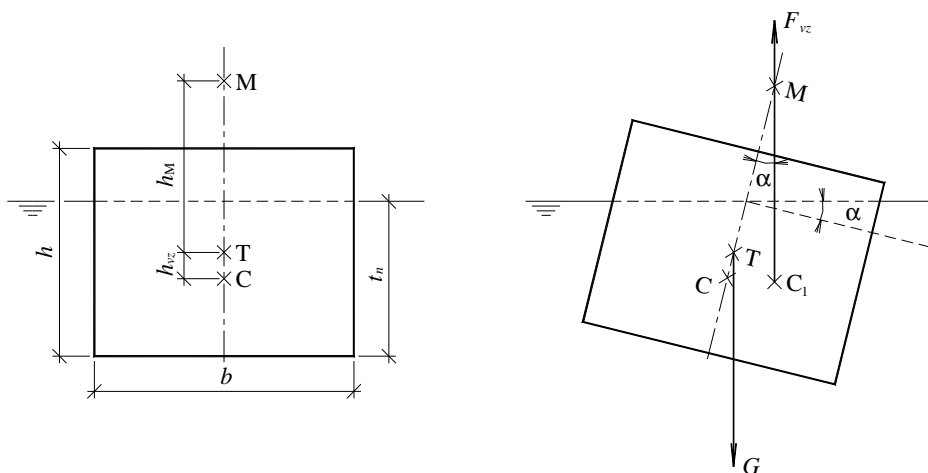
- těleso klesá ke dnu ($G > F_{vz}$);
- těleso se vznáší ($G = F_{vz}$);
- těleso plave ($G < F_{vz}$).

Hloubka nejnižšího bodu tělesa pod hladinou se nazývá ponor t_n . Hladina protíná těleso v ploše, kterou nazýváme plavební plochou a plavební osa je myšlená přímka, která jde těžištěm tělesa T a působišťem vztlaku C .

Ponor plovoucího tělesa se vypočte z podmínky:

$$G = F_{vz}.$$

Schopnost tělesa vracet se po vychýlení o úhel $\alpha < 5 - 10^\circ$ do původní polohy, když přestane působit síla, která vychýlení způsobila, se nazývá stabilita plovoucích těles. Stabilitu rozeznáváme statickou, kterou posuzujeme momentem při dané výchylce a dynamickou, kterou posuzujeme prací potřebnou k vychýlení tělesa z rovnovážné polohy o určitý úhel. Za klidu má těleso plovoucí na vodě nebo pod vodou plavební osu ve svislé poloze.



Obr. 3.15 Stabilita plovoucího tělesa

Podmínky stability plovoucího tělesa jsou následující:

- působišťe vztlakové síly C je nad těžištěm tělesa T ,
- metacentrum M (průsečík vztlakové síly s plavební osou) se nachází nad těžištěm tělesa, působišťe vztlakové síly C je pod těžištěm T a platí:

$$\overline{TC} = h_{vz} < \overline{MC} = \frac{J_0}{W}, \quad (3.22)$$

kde h_{vz} je vztlaková výška a J_0 je moment setrvačnosti plavební plochy vzhledem k podélné plavební ose, což je horizontální přímka procházející těžištěm plavební plochy ve směru podélné osy plavidla. Vzdálenost \overline{TM} se nazývá metacentrická výška h_M . Bod M (metacentrum) musí být nad



těžištěm T , má-li být plování stabilní. Metacentrická výška má být u zámořských dopravních lodí 0,3 až 0,7 m. Moment M_s , který vrací nakloněné plovoucí těleso do původní polohy, bude:

$$M_s = \rho g W \overline{TM} \sin \alpha, \quad M_s = F_{vz} \overline{TM} \sin \alpha.$$

Tento vzorec se nazývá metacentrickým vzorcem stability. Jeho přesnost je postačující při úhlech $\alpha < 5 - 10^\circ$. Při větších úhlech α je tato závislost složitější.

Př. 3.1



Vypočítejte velikost a působíště tlakové síly, která působí na obdélníkový uzávěr (Obr. 3.16) o rozměrech $a = 1,0$ m a $b = 1,5$ m umístěného v šikmé stěně, která je odkloněna od vodorovné o úhel $\alpha = 65^\circ$. Uzávěr má dolní hranu v úrovni dna a hloubka vody v nádrži je 2 m.

$$a = 1,0 \text{ m};$$

$$b = 1,5 \text{ m};$$

$$h = 2,0 \text{ m};$$

$$\alpha = 60^\circ;$$

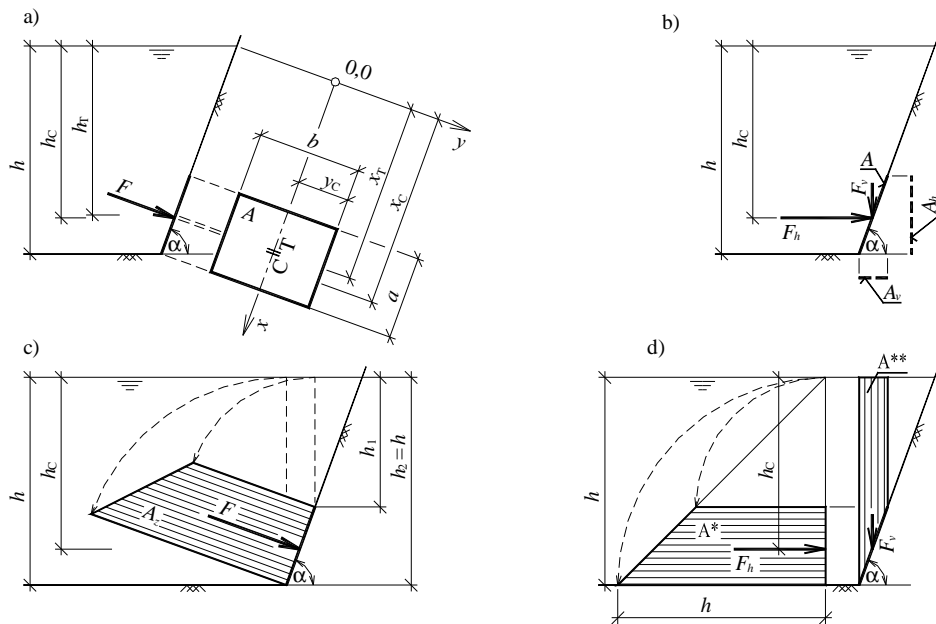
$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3;$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2;$$

$$F = ? \text{ N};$$

$$x_C = ? \text{ m}.$$

$$\begin{aligned} \text{tlačená plocha: } A &= a b; \\ A &= 1,0 * 1,5 = 1,5 \text{ m}^2. \end{aligned}$$



Obr. 3.16 Tlaková síla na obdélníkový uzávěr

Řešení:

poloha těžiště:

$$x_T = \frac{h}{\sin \alpha} - \frac{a}{2}; \quad h_T = h - \frac{a}{2} \sin \alpha;$$

$$x_T = \frac{2,0}{\sin 65^\circ} - \frac{1,0}{2} = 1,707 \text{ m}; \quad h_T = 2,0 - \frac{1,0}{2} \sin 65^\circ = 1,547 \text{ m}.$$



a) Výpočet hydrostatické tlakové síly podle rovnice (3.11) - Obr. 3.16 a):

$$F = \rho g h_T A;$$

$$F = 1000 * 9,81 * 1,547 * 1,5 = 22\,764,11 \text{ N}.$$

Poloha působíště tlakové síly je ve svislé ose zatěžované plochy (osa x) a vzdálenost x_C (3.13):

$$x_C = \frac{J_T}{A x_T} + x_T = \frac{\frac{1}{12} b a^3}{a b x_T} + x_T = \frac{a^2}{12 x_T} + x_T; \quad h_C = x_C \sin \alpha;$$

$$x_C = \frac{1,0^2}{12 * 1,707} + 1,707 = 1,756 \text{ m}; \quad h_C = 1,756 \sin 65^\circ = 1,591 \text{ m}.$$

b) Výpočet pomocí vertikální a horizontální složky tlakové síly (Obr. 3.16 b) - rovnice (3.16) a (3.17):

vodorovná složka $F_h = \rho g h_T A_v; \quad A_v = a b \sin \alpha = A \sin \alpha;$

$$F_h = \rho g h_T A \sin \alpha;$$

$$F_h = 1000 * 9,81 * 1,547 * 1,50 * \sin 65^\circ = 20\,631,29 \text{ N};$$

svislá složka $F_v = \rho g h_T A_h; \quad A_h = a b \cos \alpha = A \cos \alpha;$

$$F_v = \rho g h_T A \cos \alpha;$$

$$F_v = 1000 * 9,81 * 1,547 * 1,50 * \cos 65^\circ = 9\,620,53 \text{ N};$$

výsledná tlaková síla $F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2};$

$$F = \sqrt{20\,631,29^2 + 9\,620,53^2} = 22\,764,11 \text{ N}.$$

c) Výpočet tlakové síly pomocí zatěžovacího obrazce (Obr. 3.16c) - rovnice (3.19):

plošný obsah zatěžovacího obrazce:

$$A_z = a \frac{h_1 + h_2}{2}; \quad h_1 = h - a \sin \alpha; \quad h_2 = h;$$

$$A_z = a \frac{2h - a \sin \alpha}{2};$$

$$A_z = 1,0 \frac{2 * 2,0 - 1,0 \sin 65^\circ}{2} = 1,547 \text{ m}^2;$$

velikost tlakové síly: $F = \rho g b A_z;$

$$F = 1000 * 9,81 * 1,50 * 1,547 = 22\,764,11 \text{ N}.$$

Působíště tlakové síly prochází těžištěm zatěžovacího obrazce.

d) Výpočet tlakové síly pomocí zatěžovacího obrazce (Obr. 3.16d) - rovnice (3.20):

$$A^* = \frac{1}{2} h^2 - \frac{1}{2} (h - a \sin \alpha)^2;$$

$$A^* = 0,5 * 2,0^2 - 0,5 * (2,0 - 1,0 * \sin 65^\circ)^2 = 1,402 \text{ m}^2;$$

$$A^{**} = a h \cos \alpha - \frac{1}{2} a^2 \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$A^{**} = 1,0 * 2,0 * \cos 65^\circ - 0,5 * 1,0^2 * \sin 65^\circ * \cos 65^\circ = 0,654 \text{ m}^2;$$

$$F_h = \rho g b A^*; \quad F_v = \rho g b A^{**};$$

$$F_h = 9810 * 1,5 * 1,402 = 20\,630,43 \text{ N}; \quad F_v = 9810 * 1,5 * 0,654 = 9\,623,61 \text{ N};$$

$$F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2};$$

$$F = \sqrt{20\,630,43^2 + 9\,623,61^2} = 22\,764,63 \text{ N.}$$

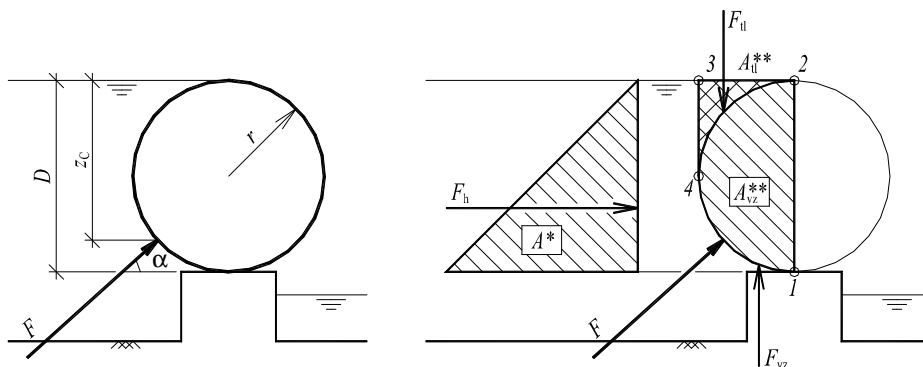
Působíště složek sil prochází těžišti jednotlivých zatěžovacích obrazců.

Př. 3.2



Na válcový uzávěr o průměru $D = h = 2,2 \text{ m}$ působí voda (Obr. 3.17). Vypočítejte velikost tlakové síly F na $1 \text{ m}'$ běžný šířky uzávěru ($b = 1 \text{ m}$).

$$\begin{aligned} D &= 2,2 \text{ m}; \\ b &= 1 \text{ m}; \\ \rho_v &= 1000 \text{ kg/m}^3; \\ g &= 9,81 \text{ m/s}^2; \\ F &= ? \text{ N.} \end{aligned}$$



Obr. 3.17 Válnový uzávěr

Řešení:

Protože se jedná o válcovou plochu s vodorovnou osou, která má po výšce konstantní šířku $b = \text{konst} = 1 \text{ m}$, lze výslednou sílu určit pomocí vodorovné a svislé složky, a to pomocí zatěžovacích obrazců:

$$A^* = 0,5 D^2 = 0,5 * 2,2^2 \text{ m}^2;$$

$$A^* = 2,42 \text{ m}^2;$$

$$A_{12341}^{**} = \frac{1}{4} \frac{\pi D^2}{4} + \frac{1}{4} D^2 = \frac{1}{4} D^2 \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) = \left(\frac{1}{4} * 2,2^2 * \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) \right) \text{ m}^2;$$

$$A_{12341}^{**} = 2,16 \text{ m}^2;$$

$$A_{2342}^{**} = \frac{1}{4} \left(D^2 - \frac{\pi D^2}{4} \right) = \left(\frac{1}{4} \left(2,2^2 - \frac{\pi * 2,2^2}{4} \right) \right) \text{ m}^2;$$

$$A_{2342}^{**} = 0,260 \text{ m}^2;$$

$$\text{vodorovná složka} \quad F_h = \rho_v g b A^* = 23,740 \text{ kN};$$

$$\text{svislá složka} \quad - \text{vztlaková} \quad F_{vz} = \rho_v g b A_{12341}^{**} = 21,190 \text{ kN};$$

$$- \text{tlaková} \quad F_{tl} = \rho_v g b A_{2342}^{**} = 2,551 \text{ kN};$$

$$F_v = F_{vz} - F_{tl} = 18,639 \text{ kN};$$

$$\text{výsledná síla} \quad F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2};$$

$$F = 30,183 \text{ kN};$$

$$\text{výsledná síla } F \text{ svírá s vodorovnou úhel } \alpha \quad \cos \alpha = \frac{F_h}{F} \Rightarrow \alpha = 38,137^\circ;$$

$$\text{působíště síly } F \text{ pod hladinou} \quad h_c = \frac{D}{2} + \frac{D}{2} \sin \alpha = 1,779 \text{ m.}$$

Př. 3.3

Zjistěte ponor t_n dřevěného kvádrů a dále určete, zda-li plave ve vodě stabilně. Šířka kvádrů je 0,8 m, délka 2,0 m a výška 0,3 m. Dřevo má měrnou hmotnost $\rho_d = 800 \text{ kg/m}^3$.

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3;$$

$$\rho_d = 800 \text{ kg/m}^3;$$

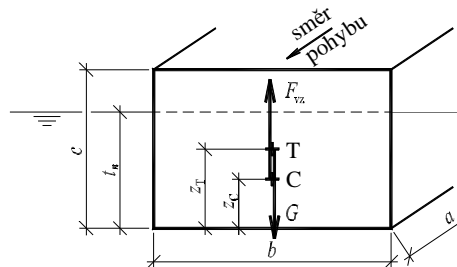
$$g = 9,81 \text{ m/s}^2;$$

$$a = 2,0 \text{ m};$$

$$b = 0,8 \text{ m};$$

$$c = 0,3 \text{ m};$$

$$t_n = ? \text{ m}.$$



Obr. 3.18 Plování dřevěného kvádrů

Řešení:

Hloubka nejnižšího bodu plovoucího tělesa t_n (ponor) se vypočte z porovnání vztahové síly a tíhy kvádrů (Obr. 3.18):

$$F_{vz} = G;$$

$$\rho g W = \rho_d g V; \quad V_t = a b c; \quad W = a b t_n;$$

$$\rho g t_n = \rho_d g c; \quad \Rightarrow \quad t_n = \frac{\rho_d}{\rho} c = \frac{800}{1000} 0,3 \text{ m} = 0,24 \text{ m}.$$

Stabilita plování. Těžiště T (těžiště tělesa) leží nad působištem vztahové síly C (těžiště výtaku) na ose symetrie, a to v hloubce (Obr. 3.17):

$$z_T = \frac{c}{2} = 0,15 \text{ m}; \quad z_C = \frac{t_n}{2} = 0,12 \text{ m};$$

vztahová výška je:

$$h_{vz} = z_T - z_C = 0,15 - 0,12 = 0,03 \text{ m}.$$

Jelikož T leží nad C, plování bude stabilní, bude-li platit (3.22):

$$\overline{MC} = \frac{J_0}{W}; \quad J_0 = \frac{1}{12} a b^3; \quad W = a b t_n;$$

$$\overline{MC} = \frac{b^2}{12 t_n} = \frac{0,8^2}{12 \cdot 0,24} = 0,22 \text{ m};$$

$$\overline{MC} = 0,22 \text{ m} > h_{vz} = 0,03 \text{ m} \Rightarrow \text{plování je stabilní}.$$

Ponor dřevěného kvádrů je 0,24 m a plave stabilně.

Kontrolní otázky

- Co je to hydrostatický tlak?
- Jak je definován celkový statický tlak?
- Co je to rovňová plocha?
- Jaký směr mají síly, které působí na libovolnou rovinnou plochu v kapalině za klidu?
- Kdy je plavání tělesa stabilní?

4 Hydrodynamika



Na rozdíl od hydrostatiky jsou poměry při pohybu tekutin složitější a jejich matematická formulace obtížnější. Často proto používáme k výpočtům zjednodušená schémata doplněná opravnými součiniteli. Vycházíme z rozboru pohybu ideální kapaliny, přičemž zavádíme pojem proudového vlákna.



Hydrodynamika se zabývá pohybem kapalin a jejich působením na tuhá tělesa při vzájemném relativním pohybu.

Definujme některé základní termíny:



proudnice - nazýváme čáry vedené proudící ideální kapalinou tak, že v každém místě má jejich tečna směr souhlasný se směrem rychlosti v tomto místě. Při ustáleném pohybu jsou proudnice totožné s drahami jednotlivých částítek kapaliny;



proudová trubice - uvažujeme-li v kapalině nekonečně malou uzavřenou křivku (plošku dA) a vedeme každým bodem jejího obvodu příslušnou proudnici, vytvoří tyto proudnice proudovou trubici;



proudové vlákno - kapalinu uzavřenou v proudové trubici nazýváme proudové vlákno. Při ustáleném proudění je proudové vlákno tvořené stále stejnými částicemi kapaliny, a proto je proudové vlákno východiskem teoretického vyšetřování pohybu.



průtočný profil - rovinný řez vedením proudu, kolmý k jeho podélné ose a charakterizující jeho tvar, který kapalina zaujímá nebo může zaujmout, je průtočný profil. Průtočný profil může být:

- *otevřený* - řeka;
- *uzavřený* - potrubí, stoka, propustek, atd.;



bodová rychlost $u = u(x, y, z, t)$ - okamžitou rychlost tekutiny v daném bodě nazýváme bodová rychlost. Bodovou rychlostí určité částice rozumíme dráhu l , kterou tato částice urazí za jednotku času t :

$$u = \frac{dl}{dt}; \quad (4.1)$$



střední bodová rychlost \bar{u} je definována jako vyrovnaná hodnota bodové rychlosti v dlouhém časovém intervalu T :

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u \, dt;$$



průtočný průřez (průtočná plocha) A - plošný obsah řezu proudu plochou kolmou v každém bodě k vektoru bodové rychlosti u ;

průtok (objemový průtok) - objem kapaliny, který proteče průtočným průřezem za jednotku času:

$$Q = \int_A u \, dA; \quad (4.2)$$



hmotnostní průtok - hmotnost kapaliny, která proteče průtočným průřezem za jednotku času:

$$Q_m = \int_A u \rho \, dA;$$



průřezová rychlost v - střední hodnota rychlosti v průtočném průřezu. Je definována tak, že vynásobíme-li její hodnotou průtočný průřez A , dostaneme průtok Q :

$$Q = v A; \quad v = \frac{\int u \, dA}{A}; \quad (4.3)$$



proudění ustálené - při ustáleném (stacionárním, permanentním) proudění jsou hydraulické veličiny (průtok, průřezová rychlost, průtočná plocha) v čase neměnné, a závisí pouze na poloze. Můžeme tedy psát:

$$\text{rychlost: } u = f(x, y, z); \quad \text{tlak: } p = f(x, y, z);$$

neustálené - neustálené (nestacionární, nepermanentní) proudění je takové, kde hydraulické veličiny jsou funkcí času a polohy:

$$\text{rychlost: } u = f(x, y, z, t); \quad \text{tlak: } p = f(x, y, z, t);$$

proudění rovnoměrné - rovnoměrné proudění je zvláštním případem pohybu ustáleného, při kterém jsou průtočné průřezy na celém úseku konstantní ($A_1 = A_2 = \dots = \text{konst.}$). Protože je při pohybu ustáleném i průtok Q konstantní, průřezové rychlosti jsou také konstantní ($v_1 = v_2 = \dots = \text{konst.}$), to nastává např. při konstantním sklonu dna koryta, neměnných příčných profilech a drsnostech vedení;

nerovnoměrné - při nerovnoměrném ustáleném proudění jsou hydraulické veličiny konstantní v čase, ale průřezová rychlost a průtočná plocha se mění po délce proudu, což je dáno např. proměnným sklonem dna koryta, proměnných příčných profilech a drsnostech, atd.



Ustálené a neustálené proudění si můžeme představit na příkladu výtoku kapaliny z nádrže:

- je-li výtok z nádrže stejný jako přítok do ní, nemění se poloha hladiny v nádrži, na které je závislé odtokové množství a proudění je ustálené;
- naopak, není-li přítok do nádrže stejný jako odtok, dochází ke změně polohy hladiny, což vyvolá změnu odtokového množství. Jedná se o plnění nebo prázdnění nádrže a proudění je neustálené.

Jiným příkladem může neustáleného proudění může být průchod povodně, kdy se průtok $Q(x,t)$ v čase mění.

Proudění ustálené rovnoměrné můžeme pozorovat na upravených tocích nebo umělých náhonech stálého průřezu (příčného profilu) a konstantního sklonu



dna koryta. Hladina je při tomto proudění rovnoběžná se dnem. Nerovnoměrné ustálené proudění je například v přirozených tocích, kde vzniká vzduť (např. jezem) nebo snížení - sklon dna není rovnoběžný se klonem hladiny a sklony dna i hladiny nejsou konstantní.



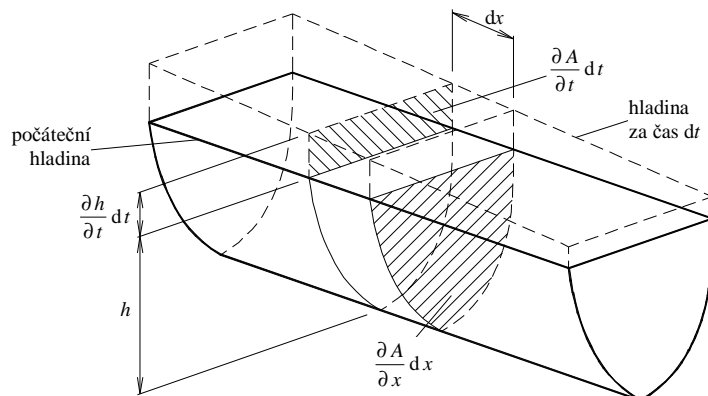
Dále je zapotřebí upozornit na rozčlenění proudění z hlediska tlakových poměrů:

- **proudění s volnou hladinou**, kde povrch hladiny je v bezprostředním kontaktu s ovzduším, na hladinu působí atmosférický tlak. Je to proudění v otevřených průtočných profilech, to je v korytech řek, kanálů a žlabech. Ale i v uzavřených profilech (v potrubí, ve stokových průřezech, v propustcích) pokud nejsou celé zaplněny kapalinou;
- **proudění tlakové**, které je v uzavřených profilech, především v potrubích, když kapalina protéká plným průřezem a v každém místě je tlak různý od atmosférického. Příkladem je potrubí, kterým se vede voda z vodojemu ke spotřebiteli. Tlakové poměry ukazuje tlaková čára, která udává ve všech profilech potrubí hodnotu tlakové (piezometrické) výšky;
- **proudové paprsky**, které jsou ohraničeny kapalným nebo plynným prostředím a pohybují se v něm buď vlastní tíhou nebo setrvačností vlivem počáteční rychlosti. Příkladem může být paprsek vytékající z požární hadice.

4.1 Rovnice kontinuity v 1D



Rovnice (spojitosti) kontinuity je diskrétním vyjádřením zákona zachování hmotnosti.



Obr. 4.1 Kontinuita neustáleného proudu - 1D



Ze zákona zachování hmotnosti plyne, že časová změna (změna za jednotku času) $\frac{\partial m}{\partial t}$ hmotnosti m :

$$m = \rho A dx \quad (4.4)$$

obsažená v infinitesimálním objemu $A dx$ je rovna rozdílu hmotnosti m_p přitékající vody Q_p a m_o odtékající vody Q_o :

$$\frac{\partial m}{\partial t} dt = m_p - m_o. \quad (4.5)$$

Pomocí vztahu (4.4) můžeme změnu hmotnosti v čase vyjádřit:

$$\frac{\partial m}{\partial t} dt = \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} dt dx. \quad (4.6)$$



Hmotnost přitékající m_p a odtékající m_o vody je:

$$m_p = \rho A v dt \quad \text{a} \quad m_o = \rho A v dt + \frac{\partial(\rho A v)}{\partial x} dx dt. \quad (4.7)$$

Dosazením rovnic (4.6) a (4.7) do (4.5) se obdržíme:

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} dt dx = \rho A v dt - \left(\rho A v dt + \frac{\partial(\rho A v)}{\partial x} dx dt \right),$$

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} dt dx = - \frac{\partial(\rho A v)}{\partial x} dx dt$$

a po úpravě:

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho A v)}{\partial x}, \quad \text{resp.} \quad \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho A v)}{\partial x} = 0. \quad (4.8)$$

Zavedením $Q = A v$ má rovnice (4.8), která je diskretním vyjádřením zákona zachování hmotnosti (bez uvažování bočních přítoků, srážek, výparu a infiltrace, ...), v případě jednorozměrného proudění tvar:

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial x} = 0, \quad (4.9)$$

kde A je průtočný průřez, Q je průtočné množství a h hloubka vody (vzdálenost od nejnižšího místa průtočného profilu po hladinu). Pro nestlačitelnou kapalinu ($\rho = \text{konst.}$) nabude rovnice kontinuity (4.9) tvar:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0. \quad (4.10)$$

Při ustáleném proudění odpadají časové změny ($\frac{\partial A}{\partial t} = 0$), tedy přírůstek Q na dráze dx je nulový ($\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$) a $Q = \text{konst.}$ Rovnice spjitosti nestlačitelné kapaliny v jednodimenzionálním ustáleném proudění nabývá tvaru (**objemový tvar rovnice kontinuity**):

$$Q = v_1 A_1 = v_2 A_2 = v_3 A_3 = \text{konst.} \Rightarrow v_1 = v_2 \frac{A_2}{A_1}, \quad (4.11)$$

kde indexy (1, 2, 3, ...) se vztahují k jednotlivým profilům.

V případě ustáleného proudění stlačitelné kapaliny ($\rho \neq \text{konst.}$) nabude rovnice kontinuity tvaru (**hmotnostní tvar rovnice kontinuity**):

$$\frac{\partial(\rho A v)}{\partial x} = 0 \Rightarrow Q_m = \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 = \rho_3 v_3 A_3 = \text{konst.} \quad (4.12)$$



4.2 Bernoulliho rovnice

4.2.1 Bernoulliho rovnice

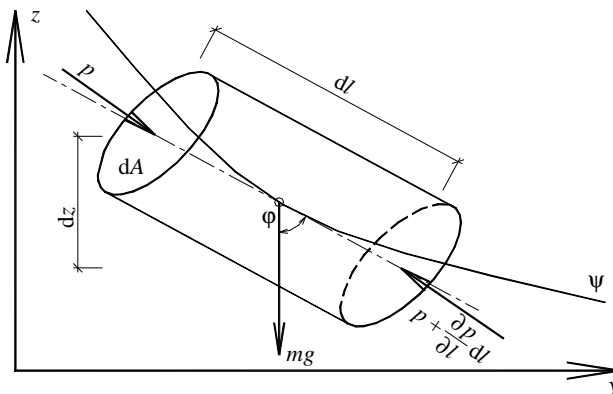


Uvažujme ustálený proud ideální kapaliny, ve kterém vytkneme na proudnici ψ elementární váleček o základně dA a délce dl (Obr. 4.2).

Na elementární váleček nechť působí jen tíha kapaliny. Složku zrychlení ve směru pohybu způsobenou změnou rychlosti označme jako podélné zrychlení. Protože bodová rychlost u závisí na čase t a na dráze l (4.1), která je u tekutin funkcí času, musíme zapsat úplnou derivaci:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial l} \frac{dl}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial l}, \quad \text{protože} \quad \frac{dl}{dt} = u, \quad (4.13)$$

kde u je bodová rychlost a $\frac{Du}{Dt}$ Stokesova (substanciální, materiálová) derivace, která se skládá z lokální složky $\frac{\partial u}{\partial t}$, která vyplývá z časové změny rychlosti v původním místě, a z konvektivní složky $u \frac{\partial u}{\partial l}$, která vzniká tím, že částice proudí do místa, kde je jiná rychlost.



Obr. 4.2 Elementární váleček proudového vlákna pro odvození Bernoulliho rovnice



Lokální změna rychlosti je změna rychlosti podle času v témž místě a konvektivní změna rychlosti je součin rychlosti a její změny podél dráhy.



Konvektivní složku můžeme přepsat do tvaru:

$$u \frac{\partial u}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{u^2}{2} \right). \quad (4.14)$$

Hmotnost elementárního válečku je:

$$m = \rho \, dA \, dl. \quad (4.15)$$

Při pohybu na tento elementární váleček působí ve směru pohybu následující síly:

a) složka vlastní tíhy:

$$-m g \cos \varphi = -\rho \, dA \, dl \, g \cos \varphi, \quad (4.16)$$

b) tlak na čelní stěnu:

$$p \, dA, \quad (4.17)$$

c) tlak na druhou čelní stěnu:

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial l} dl \right) dA = p dA + \frac{\partial p}{\partial l} dl dA, \quad (4.18)$$

d) tření na plášti nepřipadá v úvahu, protože předpokládáme ideální kapalinu.

Výslednice sil (4.16) - (4.18) je:

$$\begin{aligned} -\rho dA dl g \cos \varphi + pA - p dA - \frac{\partial p}{\partial l} dl dA = \\ = -\rho dA dl g \cos \varphi - \frac{\partial p}{\partial l} dl dA \end{aligned} \quad (4.19)$$

Z rovnováhy vnějších sil a síly setrvačné dostaneme podle d'Alambertova principu, který říká, že setrvačné síly jsou v rovnováze s působícími vnějšími silami a mají opačný smysl než výslednice působících sil (druhý Newtonův pohybový zákon):

$$\sum \bar{F} = m \frac{Du}{Dt}. \quad (4.20)$$

Dosazení (4.19), (4.15) a (4.13) do (4.20) obdržíme:

$$\begin{aligned} -\rho dA dl g \cos \varphi - \frac{\partial p}{\partial l} dl dA = \rho dA dl \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{u^2}{2} \right) \right). \\ \text{vnější síly} \qquad \qquad \qquad = \text{hmotnost} \times \text{zrychlení} \end{aligned}$$

Úpravou a dělením ρ vztáhneme tento výraz k jednotce hmotnosti:

$$g \cos \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} + \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{u^2}{2} \right) = 0. \quad (4.21)$$

Z Obr. 4.2 vidíme, že:

$$\cos \varphi = \frac{dz}{dl}$$

a můžeme přepsat (4.21) do tvaru:

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(g z + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) + \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

Jelikož se předpokládá ustálené proudění, odpadne časová závislost $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ a všechny členy této rovnice jsou derivacemi podle l , takže se mohou integrovat podél proudnice:

$$g z + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{konst.},$$

což je Bernoulliho rovnice. Obvykle se Bernoulliho rovnice vztahuje v technických řešeních k jednotce tíhy tím, že rovnici dělíme g . Dále je obvyklé, že se souřadnice z nahrazuje polohovou výškou h , tedy obdržíme:

$$h + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \text{konst.}$$



Protože h je polohová (geodetická) výška uvažované částice nebo těžiště průtočného průřezu nad libovolnou srovnávací rovinou, musí i ostatní dva členy mít rozměr výšky. Výraz $\frac{p}{\rho g}$ nazýváme tlakovou výškou a $\frac{u^2}{2g}$ rychlostní výškou.



Bernoulliho rovnice pro ustálené proudění **ideální kapaliny** říká, že pro všechny průřezy určitého proudového vlákna je součet polohové, tlakové a rychlostní výšky stálý:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} . \quad (4.22)$$



Jinak lze také říci, že součet polohové, tlakové a pohybové energie příslušející jednotce tíhy průtoku ideální kapaliny je stálý pro všechny průřezy. Bernoulliho rovnice vyjadřuje zákon zachování mechanické energie proudu ideální kapaliny.

Pro skutečný proud kapaliny a příslušný průřez bodovou rychlost u nahradíme průřezovou rychlostí v a nerovnoměrné rozdělení rychlosti v v profilu se zohlední Coriolisovým číslem α . **Coriolisovo číslo vyjadřuje podíl skutečné kinetické energie E_k v průřezu stanovené z bodových rychlostí ku kinetické energii vyjádřené z průřezové rychlosti:**

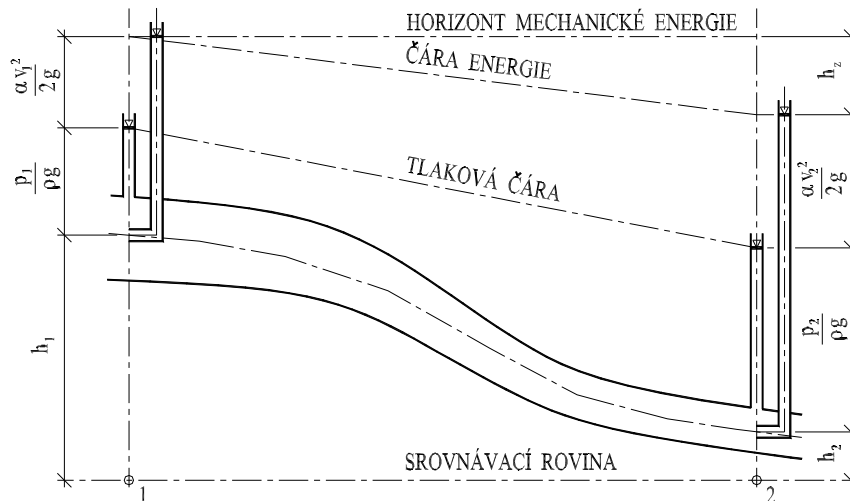
$$\alpha = \frac{\int u^3 dA}{v^3 A} .$$

Číselná hodnota Coriolisova čísla se podle pokusů pohybuje u potrubí a pravidelných koryt v mezích 1,02 až 1,20, nejčastěji se blíží hodnotě $\alpha = 1,10$, i když může být podstatně vyšší (u laminárního pohybu v potrubí je $\alpha = 2,0$). Obecně se Coriolisovo číslo liší průřez od průřezu, nejčastěji však pro daný proud uvažujeme stálou hodnotou. V některých výpočtech se spokojujeme s hodnotou $\alpha \approx 1,0$ (což odpovídá ideální kapalině).

Při pohybu vazké kapaliny dochází v kapalině k vnitřnímu tření a tření o stěny vedení. Část mechanické energie se mění v jiné formy energie (převážně tepelnou). Tato přeměna energie je z hydraulického hlediska ztráta a značíme ji h_z . Bernoulliho rovnice pro **skutečnou kapalinu**, která se považuje za nestlačitelnou, ale uvažuje se vnitřní tření, má tvar (Obr. 4.3):

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_z , \quad (4.23)$$

kde indexy (1, 2) se vztahují k jednotlivým profilům (Obr. 4.3) a h_z je ztrátová výška, která vyjadřuje úbytek energetické výšky mezi dvěma průřezy proudu.



Obr. 4.3 Grafické znázornění Bernoulliho věty pro vlákno skutečné kapaliny

Kdybychom potrubí navrtali a připojili k němu svislé trubky nahoře otevřené (piezometrické trubky), ustavila by se v nich hladina ve výšce $\frac{p}{\rho g}$, která udává tlakovou výšku v příslušném průřezu. Spojnice všech koncových bodů těchto tlakových výšek se nazývá tlakovou čarou. Vyneseme-li nad tlakovou čarou v každém průřezu příslušnou rychlostní výšku a takto získané body spojíme, dostaneme čaru energie, která je měřítkem mechanické energie vztažené na jednotku tíhy průtoku v průřezu.



4.2.2 Příklady použití Bernoulliho rovnice

K měření rychlostí v proudu můžeme použít Pitotovy trubice (Obr. 4.4), která je v původním tvaru trubice ohnutá do pravého úhlu a na obou koncích otevřená. Nastavuje se otvorem směrem proti proudu v příslušném místě kapaliny, kde chceme měřit bodovou (skutečnou) rychlost u . Ve svislém rameni pak vystoupí voda do úrovně "3". Toto převýšení určíme použitím Bernoulliho rovnice pro body "1" a "2" proudového vlákna proti vodorovné trubici. V bodě "1" proudí kapalina téměř nerušenou původní rychlostí u , kdežto v čelním otvoru "2" je rychlost nulová, voda trubicí obtéká a v trubici se voda nepohybuje. Za předpokladu, že nebudeme uvažovat ztráty, má Bernoulliho rovnice pro body "1" a "2" tvar:



$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g},$$

protože $u_2 = 0$ a $h_1 = h_2$, zůstane $u = u_1$, tedy:

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} = H,$$

kde H je převýšení hladiny v Pitotově trubici nad hladinou proudu. Ukazuje tedy rychlostní výšku místní rychlosti. Hledaná rychlost má velikost:

$$u = \sqrt{2gH}, \quad \text{nebo přesněji} \quad u = \varphi \sqrt{2gH}, \quad (4.24)$$

kde φ je opravný součinitel, který je závislý na konstrukci trubky a určí se tárováním.

K měření průtoku v potrubí se používá venturimetr (vodoměr - Obr. 4.5). Proud se v něm zužuje z původního průměru D_1 na průměr D_2 v hrdle a poté se opět pozvolně rozšiřuje na původní velikost. Zúžením se zvětšuje rychlost na újmu tlaku, to



ukazuje Bernoulliho rovnice, zapíšeme-li ji pro průřez "1" před zúžením a pro průřez "2" v hrdle. Při zanedbání ztrát na krátké vzdálenosti, Bernoulliho rovnice má tvar:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g},$$

a pro $\alpha = 1$, $h_1 = h_2$ a $\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = H$ nabude Bernoulliho rovnice tvaru:

$$H = \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2), \quad (4.25)$$

kde H je rozdíl tlakových výšek, který odečteme na piezometrických trubcích. Tato rovnice má dvě neznámé (v_1 a v_2), a proto musíme nalézt druhou nezávislou rovnici, tak abychom systém uzavřeli. Touto druhou rovnicí bude rovnice spojitosti, která má pro profily "1" a "2" tvar:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2, \quad v_1 = v_2 \frac{A_2}{A_1} = v_2 \frac{D_2^2}{D_1^2}. \quad (4.26)$$

Nyní máme dvě nezávislé rovnice o dvou neznámých, které mají právě jedno řešení. Substitucí (4.26) do (4.25) a po úpravě obdržíme:

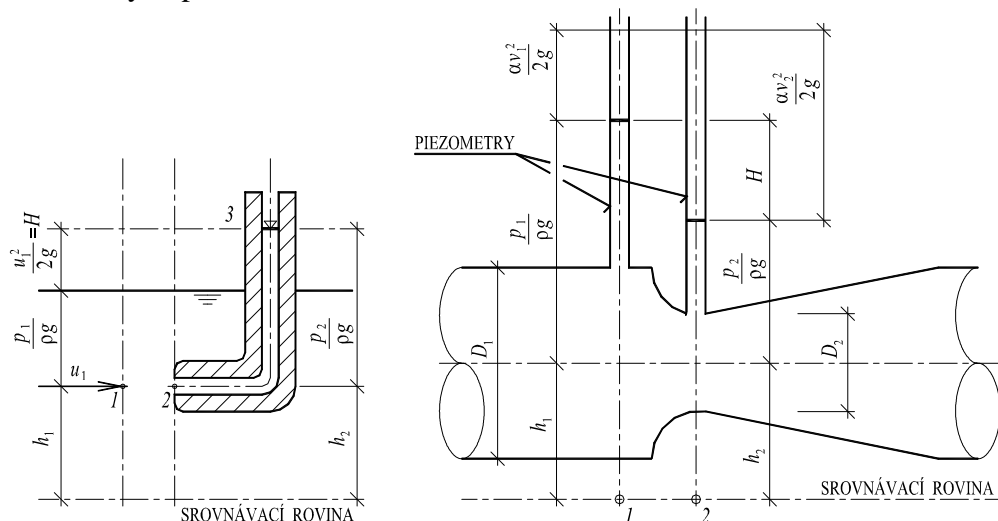
$$v_2 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}}} \quad \text{a} \quad Q = A_2 v_2 = A_2 \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}}}.$$

Protože jsme při odvození tohoto vztahu zanedbali ztráty, bude přesněji:

$$Q = \varphi A_2 \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{D_2^4}{D_1^4}}}, \quad (4.27)$$

kde φ je součinitel podmíněný ztrátami ve venturimetru. U normalizovaných tvarů jej můžeme nalézt v tabulkách, jinak se určí tárováním.

Při velkých tlakových výškách, jaké jsou na vodovodech, by nebylo prakticky možné použít piezometrických trubek nahoře otevřených, které by musely být i několik desítek metrů vysoké. Protože však nepotřebujeme znát absolutní hodnoty tlaků, ale pouze jejich rozdíl, používají se v praxi diferenciální manometry naplněné rtuť.



Obr. 4.4 Pitotova trubice

Obr. 4.5 Venturimetr

4.3 Věta o hybnosti (impulsová věta)

Další základní větou hydrodynamiky je věta o hybnostech. Jedná se vlastně o přizpůsobení impulsové věty z mechaniky hmotného bodu na ustálený proud kapaliny. Při jejím použití uvažujeme jen účinky na omezený výsek proudu, nemusíme přitom znát ani podrobnosti proudění, ani ztráty, které v tomto úseku vznikají. Musíme však znát všechny síly, které na kapalinu ve výseku proudu působí.



Působí-li na hmotný bod o hmotnosti m stálá síla \mathbf{F} , mění se rychlost \mathbf{u} . Protože se jedná o vektory, jsou označeny silně. Podle Newtonova zákona platí:

$$\mathbf{F} = m \frac{D\mathbf{u}}{Dt}.$$

Integrací v časovém intervalu od t_1 do t_2 , v němž se vektor rychlosti mění z \mathbf{u}_1 na \mathbf{u}_2 , dostaneme:

$$m(\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1) = \mathbf{F}(t_2 - t_1).$$

Součin hmoty a rychlosti je definován jako hybnost daného bodu, součin síly a časového intervalu jako impuls síly.

Přejdeme-li od hmotného bodu k ustálenému proudění kapalin, je účelné zvolit časový interval $t_2 - t_1$ rovný jedné sekundě. Každým průřezem proteče za tuto dobu hmota ρQ , jejíž hybnost je $\rho Q \mathbf{u}$. Poněvadž jsme přešli od bodové rychlosti k průřezové, tedy od nerovnoměrného rozdělení rychlosti v průřezu k fiktivnímu průměrnému, zavádí se při výpočtech korekční součinitel β (Boussinesqovo číslo). Boussinesqovo číslo tedy vyjadřuje vliv nerovnoměrného rozdělení rychlosti na velikost hybnosti proudu. V pravidelných průtočných profilech se často dosazuje $\beta \approx 1$.

Vyjmeme-li z proudu kapaliny část ohraničenou pevnými stěnami (dno, břehy, atd.) a dvěma průtočnými profily "1" a "2", v nichž jsou vektory průřezových rychlostí \mathbf{v}_1 a \mathbf{v}_2 , můžeme psát:

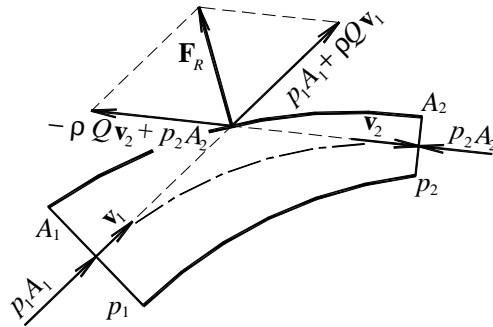
$$\beta \rho Q (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) = \sum \mathbf{F}, \quad (4.28)$$



kde $\sum \mathbf{F}$ značí vektorový součet všech vnějších sil působících na uvažovaný výsek proudu kapaliny. Tím jsme obdrželi větu o hybnostech v proudu kapaliny, která vyjadřuje výslednici vnějších sil působících na zvolený výsek proudu jako rozdíl hybností $\rho Q \mathbf{v}$ sekundového průtoku v konečném a vstupním průřezu tohoto výseku.



Rovnice (4.28) je zápisem věty o hybnosti čili impulsové. Je to vztah vektorový, na rozdíl od Bernoulliho rovnice, která vyjadřuje bilanci energetickou. Bernoulliho rovnici používáme tam, kde jsou ztráty mechanické energie zanedbatelně malé nebo kde dovedeme určit jejich velikost. Věta o hybnostech pomáhá řešit takové případy, v nichž nedovedeme určit ztráty, ale známe všechny síly působící na určitý objem kapaliny.



Obr. 4.6 Účinek proudu na kapaliny na stěny potrubí (horizontální řez)



Často určujeme účinek proudu kapaliny na plochy, na které dopadá, nebo na stěny, kterými je veden. Pak jde vlastně o reakci \mathbf{F}_R , neboli o sílu stejně velkou, ale opačného smyslu:

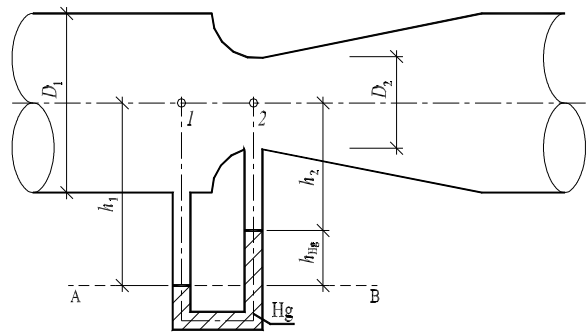
$$\mathbf{F}_R = -\sum \mathbf{F} = \beta \rho Q (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) .$$

Výsledný účinek proudu kapaliny na plochy (stěny vedení) je dán rozdílem vektorů hybnosti sekundového průtoku ve vstupním a konečném průřezu daného výseku proudu.

Př. 4.1



Vypočítejte průtočné množství vody v potrubí o průměru $D_1 = 10$ cm. Do potrubí je zabudován venturimetr (Obr. 4.7) o průměru $D_2 = 7$ cm. Rozdíl hladin v rtuťovém diferenciálním manometru je $h_{Hg} = 15$ mm. Ztráty ve venturimetru zanedbejte.



Obr. 4.7 Venturimetr

$$\begin{aligned} D_1 &= 0,100 \text{ m}; & D_2 &= 0,070 \text{ m}; & h_{Hg} &= 0,015 \text{ m}; \\ g &= 9,81 \text{ m/s}^2; & h_z &= 0,000 \text{ m}; & \alpha &= 1,00; \\ \rho_{Hg} &= 13\,550 \text{ kg/m}^3; & \rho &= 1000 \text{ kg/m}^3. \end{aligned}$$

Řešení:

Z podmínky rovnováhy k rovňové ploše A-B (Obr. 4.7) platí:

$$p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2 + \rho_{Hg} g h; \quad \Delta p = p_1 - p_2; \quad h_{Hg} = h_1 - h_2;$$

$$\Delta p = (\rho_{Hg} - \rho) g h_{Hg};$$

$$\Delta p = (13550 - 1000) \cdot 9,81 \cdot 0,015 = 1,847 \text{ kPa}.$$

Bernoulliho rovnice (4.23) zapsaná pro profily "1" a "2" má tvar (srovnávací rovina je v ose potrubí):

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_z; \quad h_z = 0; \quad p_1 - p_2 = \Delta p; \quad \alpha = 1,0;$$

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g};$$

rovnice spojitosti pro profily "1" a "2":

$$v_1 A_1 = v_2 A_2;$$

$$v_2 = v_1 \frac{A_1}{A_2} = v_1 \frac{D_1^2}{D_2^2};$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho \left(\frac{D_1^4}{D_2^4} - 1 \right)}} = \sqrt{\frac{2 * 1847}{1000 \left(\frac{0,10^4}{0,07^4} - 1 \right)}} = 0,942 \text{ m/s};$$

$$Q = v_1 A_1 = v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = 0,942 \frac{\pi * 0,10^2}{4} = 0,0074 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Potrubím protéká průtok 0,0074 m³/s vody.

Kontrolní otázky

- Jak je definovaná rovnice kontinuity pro ustálené proudění v 1D?
- Co vyjadřují jednotlivé členy v Bernoulliho rovnici?
- Co vyjadřuje Coriolisovo číslo?



5 Výtok kapaliny otvorem z nádob

Můžeme rozlišit výtok z nádoby:

- **ustálený**, kdy vytékající množství kapaliny neustále doplňujeme (výtok Q je roven přítoku Q_p), hladina zůstává ve stejné poloze, tlaky a rychlosti jsou nezávislé na čase;
- **neustálený**, při kterém se hydraulické charakteristiky mění s časem. Přítok Q_p není roven výtoku Q a hladina v nádrži stoupá nebo klesá. Jinými slovy dochází k plnění nebo prázdnění nádrže.



Z hydraulického hlediska rozlišujeme výtok:

- **volný (nezatopený)** - kapalina vytéká do vzduchu a výtokové charakteristiky nejsou ovlivňovány kapalinou za otvorem;
- **zatopený** - kapalina vytéká pod hladinu kapaliny za otvorem;
- **částečně zatopený** - kapalina vytéká současně pod hladinu a do vzduchu tak, že část výtokového otvoru je pod hladinou - výtokové charakteristiky částečně ovlivňuje kapalina za otvorem.

5.1 Ustálený výtok kapaliny otvorem z nádob

5.1.1 Volný výtok malým otvorem ve dně

Nádoba o vodorovné průřezové ploše A_0 má ve vodorovném dně výtokový otvor plochy A , kterým vytéká kapalina průřezovou rychlostí v . Na hladinu necht' působí tlak p_0 a na výtokový paprsek tlak p_c .

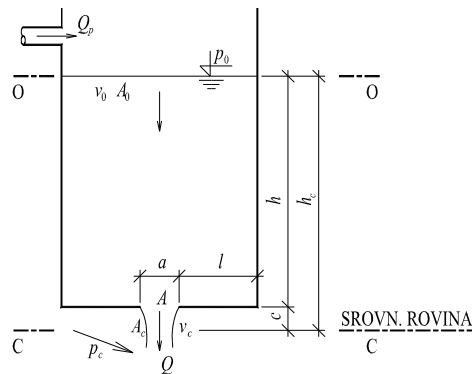




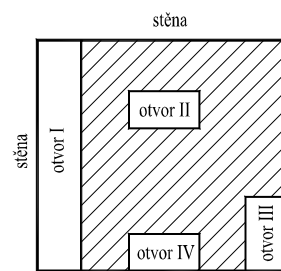
K výtokovému otvoru se dostávají jednotlivé částice ze všech stran, takže postupují v křivočarých trajektoriích. Za otvorem se vytvoří výtokový paprsek, a protože zakřivené dráhy částic zachovávají i za otvorem plynulý tvar, bude průřez výtokového paprsku menší než průřez otvoru. Nastává zúžení neboli kontrakce paprsku, který charakterizujeme **součinitelem zúžení** ε ($\varepsilon < 1$) - poměr zúženého průtočného průřezu A_c k ploše výtokového otvoru A .

Rychlost při výtoku malým otvorem ve dně nádoby určíme z Bernoulliho rovnice pro hladinu a pro zúžený průřez. Srovnávací rovinu umístíme do profilu zúženého průřezu (Obr. 5.1):

$$h_c + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = 0 + \frac{p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_c v_c^2}{2g} + h_z. \quad (5.1)$$



Obr. 5.1 Výtok kapaliny otvorem ve dně



Obr. 5.2 Zúžení úplné a neúplné



Ztráty h_z vyjádříme jako část rychlostní výšky:

$$h_z = \xi \frac{v_c^2}{2g}, \quad (5.2)$$

kde ξ je součinitel ztrát zahrnujících všechny ztráty energie při proudění od hladiny 0-0 k zúženému profilu C-C. Dosazením (5.2) do (5.1) obdržíme:

$$\frac{v_c^2}{2g} (\alpha_c + \xi) = h_c + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g},$$

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \xi}} \sqrt{2g \left(h_c + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} \right)}.$$

Zlomek před odmocninou označíme jako **součinitel výtokové rychlosti**:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_c + \xi}}, \quad (5.3)$$

který udává poměr skutečné a teoretické průřezové výtokové rychlosti. Takže:

$$v_c = \varphi \sqrt{2g \left(h_c + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} \right)}. \quad (5.4)$$

Dále vyjádříme zúžený průřez:

$$A_c = \varepsilon A,$$

kde ε je součinitel zúžení (kontrakce), $\varepsilon < 1$. Pak z rovnice spojitosti plyne:

$$v_0 A_0 = v_c A_c \quad \Rightarrow \quad v_0 = v_c \frac{A_c}{A_0} = v_c \frac{\varepsilon A}{A_0}, \quad (5.5)$$

Dosazením (5.5) do rovnice (5.4) obdržíme po úpravě:

$$v_c^2 - \alpha_0 v_c^2 \varepsilon^2 \varphi^2 \frac{A^2}{A_0^2} = \varphi^2 2g \left(h_c + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} \right),$$

$$v_c = \varphi \sqrt{\frac{2g \left(h_c + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} \right)}{1 - \alpha_0 \varepsilon^2 \varphi^2 \frac{A^2}{A_0^2}}}. \quad (5.6)$$

Výtok otvorem dostaneme z definice průtoku (Kap. 4) ve zúženém průřezu, odtud:

$$Q = A_c v_c = \varepsilon A v_c,$$

$$Q = \mu A \sqrt{\frac{2g \left(h_c + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} \right)}{1 - \alpha_0 \varepsilon^2 \varphi^2 \frac{A^2}{A_0^2}}}, \quad (5.7)$$

kde μ je **součinitel výtoku** (podíl skutečného průtoku k průtoku teoretickému):

$$\mu = \varepsilon \varphi.$$

Výrazy (5.6) a (5.7) můžeme v mnoha případech zjednodušit. Zúžený průřez je poměrně blízko pod otvorem, např. u kruhového otvoru asi $0,5 D$, proto můžeme u malých otvorů brát přibližně $h_c = h$ (pro $h > 10 a$):

$$v_c = \varphi \sqrt{\frac{2g \left(h + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} \right)}{1 - \alpha_0 \varepsilon^2 \varphi^2 \frac{A^2}{A_0^2}}}, \quad Q = \mu A \sqrt{\frac{2g \left(h + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} \right)}{1 - \alpha_0 \varepsilon^2 \varphi^2 \frac{A^2}{A_0^2}}}.$$

U malých otvorů bývá také přítoková rychlost nepatrná (je-li $A_0 \gg A$):

$$Q = \mu A \sqrt{2g \left(h + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} \right)}.$$

Velmi často působí na hladinu i na výtokový otvor stejný tlak, a proto $p_0 - p_c = 0$, takže dostaneme výrazy:

$$v_c = \varphi \sqrt{2gh}, \quad Q = \mu A \sqrt{2gh}. \quad (5.8)$$

Tyto výrazy v podstatě odvodil Toricelli (1608-1647).

5.1.2 Součinitelé výtoku, zúžení, výtokové rychlosti a ztrát

Na velikost zúžení má vliv vzdálenost otvoru od stěn nádoby a tvarování hrany otvoru. Je-li otvor ostrohranný je zúžení veliké, jsou-li hrany zaobleny, pak se zúžení podstatně zmenší. Stěny ovlivňují zúžení jen v případě, jsou-li blízko otvoru. Při vzdálenosti větší než je trojnásobek příslušné délky hrany otvoru (jedná-li se o kruh jde o průměr D), stěny na zúžení nepůsobí. Nepůsobí-li stěny na zúžení, hovoříme o dokonalém zúžení, v opačném případě se jedná o zúžení nedokonalé. Při nedokonalém zúžení je průměr paprsku větší než při dokonalém. Při nedokonalém zúžení ($l < 3a$ - Obr. 5.1) je součinitel výtoku definován vztahem:



$$\mu_n = \mu \left[1 + 0,641 \frac{A^2}{A_s^2} \right],$$

kde A je plošný obsah výtokového otvoru a A_s plošný obsah stěny, ve které je otvor. Nastává-li zúžení ze všech stran, říkáme, že zúžení je úplné. Splývají-li hrany otvoru na jedné nebo více stranách se stěnami, pak na těchto hranách otvoru odpadá zúžení. Tento případ nazýváme zúžení částečné. Při částečném zúžení (Obr. 5.2 - otvory I, III a IV) se udává součinitel výtoku μ_ε :

$$\mu_\varepsilon = \mu \left(1 + \chi \frac{s}{O} \right),$$

kde s je délka hran, podle kterých není kontrakce, O celkový obvod výtokového otvoru a $\chi = 0,13$ pro kruhové otvory a $\chi = 0,15$ pro obdélníky.

Součinitel výtoku se pohybuje v dosti širokých mezích. Pouze u malých ostrohranných otvorů a při úplném dokonalém zúžení můžeme brát jako střední hodnotu:

$$\mu \approx 0,60 \text{ až } 0,62.$$

Hodnoty pro větší otvory jsou uvedeny v Tab. 5.1. Hodnota součinitele výtoku se změní, připojí-li se k otvoru nátrubek. Krátký vnější nátrubek průtočnost zvýší a vnitřní (Bordův) nátrubek naopak průtočnost sníží.

Středí hodnota součinitele výtokové rychlosti u ostrohranného otvoru je:

$$\varphi \approx 0,97.$$

Tab. 5.1 Součinitel výtoku otvorem

	tvar otvoru	μ
1.	malé otvory s dokonalým zúžením ($\varphi = 0,97$, $\varepsilon = 0,64$)	0,62
2.	malé otvory s nedokonalým všestranným zúžením (plocha otvoru je menší než 1/10 plochy stěny v níž je otvor umístěn):	
	- malé kruhové otvory těsně u stěn - malé čtvercové otvory se zúžením ze 3 stran	0,63 0,64
3.	malé obdélníkové otvory s poměrem stran 1:2 s částečným zúžením:	
	- zúžení z jedné, a to delší strany - zúžení z jedné, a to kratší strany	0,64 0,65
4.	otvory středních rozměrů s všestranným zúžením	0,65
5.	velké otvory s všestranným zúžením	0,70
6.	otvory u dna (výtok pod stavidlem) s podstatným bočním zúžením	0,70
7.	otvory u dna s průměrným bočním zúžením	0,75
8.	otvory u dna s plynulým usměrněním proudu	0,80



Součinitel ztrát (nebo odporový součinitel) ξ je svázán s φ rovnicí (5.3), z níž:

$$\xi = \frac{1}{\varphi^2} - \alpha_c$$

a pro $\alpha_c \approx 1,00$ bude:

$$\xi \approx \frac{1}{0,97^2} - 1,00 = 0,06.$$

Při výtoku ostrohranným otvorem se tedy ztrácí asi 6% (výtokové) rychlostní výšky.

Je nutné zdůraznit, že všechny tyto hodnoty součinitelů platí v kvadratickém pásmu odporů, jehož hranici můžeme uvažovat pro kruhové otvory pomocí hodnoty Reynoldsova kritéria (Kap. 7.3):

$$\text{Re}_m = \frac{v D}{\nu} = \frac{v D \rho}{\mu} = 1,00 \cdot 10^5,$$

kde v je průřezová rychlost, ν součinitel kinematické viskozity, μ součinitel dynamické viskozity a ρ hustota tekutiny.

5.1.3 Volný výtok otvorem ve svislé stěně

Kapalina vytéká ustáleně z nádoby otvorem v boční svislé stěně (Obr. 5.3). Na hladinu v nádobě i na výtokový paprsek působí atmosférický tlak. Výtokový otvor rozdělíme na vodorovné proužky dz , jejichž geodetická výška nad srovnávací rovinou je z . Z Bernoulliho rovnice pro bod proudového vlákna na hladině a pro bod proudového vlákna v otvoru plyne:

$$H + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = z + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + \xi \frac{u^2}{2g},$$

$$H - z + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = (1 + \xi) \frac{u^2}{2g},$$

kde v_0 je přítoková rychlost ($v_0 = Q/A_0$, kde A_0 je průtočná plocha nádoby) a poslední člen vyjadřuje ztráty energie při pohybu od hladiny do výtokového otvoru. Po dosazení součinitele výtokové rychlosti $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi}}$ a po úpravě obdržíme:

$$\frac{1}{\varphi^2} \frac{u^2}{2g} = H - z + \frac{\alpha v_0^2}{2g},$$

$$u = \varphi \sqrt{2g \left(H - z + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)}.$$

Průtočné plocha elementárního proužku je:

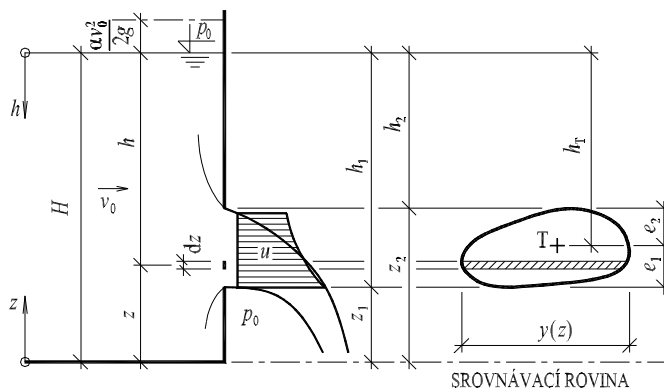
$$dA = \varepsilon y(z) dz$$

a elementární výtok tímto proužkem:

$$dQ = u dA = \mu \sqrt{2g \left(H - z + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)} y dz, \quad (5.9)$$

kde jsme zavedli známý výtokový součinitel:

$$\mu = \varphi \varepsilon.$$



Obr. 5.3 Výtok otvorem ve svislé stěně



Pro výtok otvory ve svislé stěně platí součinitel výtoku podle Tab. 5.1. Celkový průtok dostaneme integrováním elementárních výtoků v rozsahu otvoru (Obr. 5.3):

$$Q = \int_{z_1}^{z_2} \mu \sqrt{2g \left(H - z + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)} y \, dz, \quad \text{kde } y = y(z).$$

Provedeme substituci:

$$z = H - h,$$

$$dz = -dh$$

a meze integrace jsou:

$$\frac{z}{h = H - z} \quad \left| \quad \frac{z_1}{h_1 = H - z_1} \quad \right| \quad \frac{z_2}{h_2 = H - z_2},$$

pak:

$$Q = - \int_{h(z_1)}^{h(z_2)} \mu \sqrt{2g \left(h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)} y \, dh = - \int_{H-z_1}^{H-z_2} \mu \sqrt{2g \left(h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)} y \, dh,$$

kde $y = y(H - h)$,

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_{h_2}^{h_1} \left(h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{1/2} y \, dh, \quad (5.10)$$

kde h_1 je poloha (hloubka) dolní hrany otvoru pod hladinou a h_2 poloha (hloubka) horní hrany otvoru pod hladinou.



Pro další postup je nutné znát tvar otvoru. Pro volný výtok otvorem šířky $b = \text{konst.}$, tedy pro **otvor obdélníkový** (Obr. 5.4 a), platí:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(h_1 + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_2 + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right]. \quad (5.11)$$

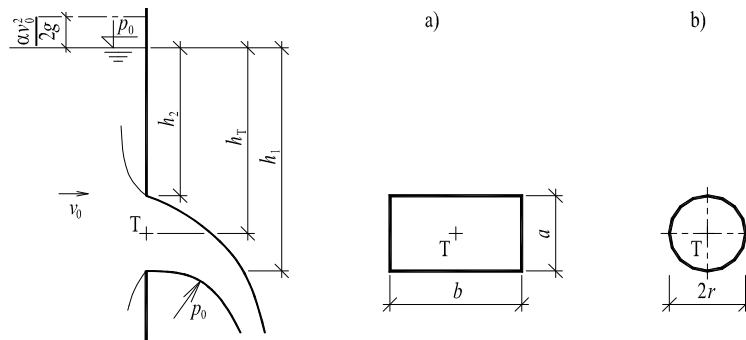


Pro volný výtok **kruhovým otvorem** o poloměru r (Obr. 5.4 b) platí (při odvození byla použita binomická věta):

$$Q = \mu \left[1 - \frac{1}{32} \left(\frac{r}{h_T} \right)^2 - \frac{5}{1024} \left(\frac{r}{h_T} \right)^4 \right] \pi r^2 \sqrt{2g h_T}, \quad (5.12)$$

kde h_T je hloubka těžiště kruhového otvoru pod hladinou. Je-li $\frac{r}{h_T} = 0,3$ dává výrazy v hranaté závorce hodnotu 0,998 neboli je přibližně roven jedné, a proto:

$$Q \approx \mu \pi r^2 \sqrt{2 g h_T}. \quad (5.13)$$



Obr. 5.4 Výtok čtvercovým a kruhovým otvorem ve svislé stěně

5.1.4 Volný výtok hydraulicky malým otvorem ve svislé stěně

Pokud je největší svislá vzdálenost obrysu otvoru od těžiště otvoru e_{max} :

$$e_{max} \leq 0,25 h_T,$$

kde h_T je hloubka těžiště výtokového otvoru pod hladinou, pak se jedná o výtok **hydraulicky malým otvorem** a můžeme zanedbat změny rychlosti ve výtokovém otvoru. Vzorec pro výtokové množství se zjednoduší (s chybou pod 1 %):

$$v = \varphi \sqrt{2 g h_T}, \quad Q = \mu A \sqrt{2 g h_T}, \quad (5.14)$$

za předpokladu, že na hladinu a na výtokový paprsek působí stejný tlak.

5.1.5 Výtok ponořeným otvorem ve svislé stěně

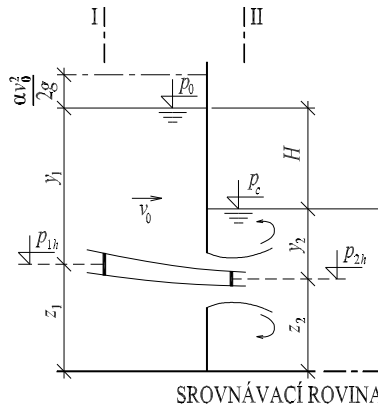
Je-li výtokový otvor libovolného tvaru ve svislé stěně ponořen pod hladinou dolní vody (Obr. 5.5), můžeme zapsat Bernoulliho rovnici pro libovolné body proudového vlákna v profilech "I" a "II":

$$z_1 + y_1 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2 g} = y_2 + z_2 + \frac{p_c}{\rho g} + \frac{u^2}{2 g} + \xi \frac{u^2}{2 g},$$

$$z_1 + y_1 - z_2 - y_2 + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2 g} = \frac{u^2}{2 g} (1 + \xi),$$

kde y_1 jsme vyjádřili z hydrostatického tlaku p_{1h} v hloubce y_1 pod hladinou horní vody a obdobně jsme vyjádřili i y_2 (Obr. 5.5):

$$y_1 = \frac{p_{1h}}{\rho g} = \frac{y_1 \rho g}{\rho g} = y_1 \quad \text{a} \quad y_2 = \frac{p_{2h}}{\rho g} = \frac{y_2 \rho g}{\rho g} = y_2.$$



Obr. 5.5 Výtok ponořeným otvorem



Definováním spádu hladin $H = z_1 + y_1 - z_2 - y_2$ (Obr. 5.5) a dosazením součinitele výtokové rychlosti $\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi}}$, po úpravě obdržíme:

$$u = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)}. \quad (5.15)$$

Protože spád hladin H je stejný pro všechny body výtokového paprsku, je rychlost ve všech bodech zatopeného otvoru stejná a závisí na rozdílu hladin:

$$v = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)}. \quad (5.16)$$

Výtokové množství obdržíme, násobíme-li zúžený průřez εA rychlostí v :

$$Q = \varepsilon A v, \quad Q = \mu_p A \sqrt{2g \left(H + \frac{p_0 - p_c}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)}, \quad (5.17)$$

kde μ_p je součinitel výtoku pro ponořený výtok (je poněkud menší než pro výtok do vzduchu, ale rozdíly jsou nepatrné).

Bude-li vliv přítokové rychlosti zanedbatelný a tlak na obě hladiny stejný, bude platit:

$$v = \varphi \sqrt{2g H}, \quad Q = \mu_p A \sqrt{2g H}. \quad (5.18)$$

5.1.6 Výtok částečně ponořeným obdélníkovým otvorem

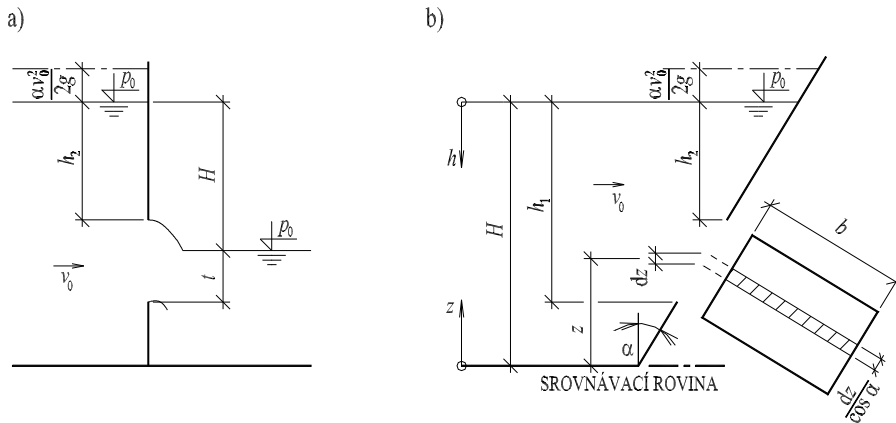


Bude-li obdélníkový otvor šířky b částečně zatopen dolní vodou (Obr. 5.6 a), pak výtokové množství počítáme přibližně tak, že výtokový otvor rozdělíme úrovní hladiny na dvě části. Horní (vynořenou) částí vytéká voda volně, takže průtok Q_1 se určí podle (5.11). V dolní (ponořené) části o výšce t je výtok zatopen dolní vodou a průtok Q_2 se obdrží z (5.17). Celkové výtokové množství částečně ponořeným obdélníkovým otvorem šířky b :

$$Q = Q_1 + Q_2, \\ Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_2 + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] + \\ + \mu_p b t \sqrt{2g \left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)}, \quad (5.19)$$

kde b je šířka obdélníkového otvoru, H spád hladin, h_2 poloha (hloubka) horní hrany otvoru pod hladinou a t výška zatopení otvoru dolní vodou.

Velikost součinitelů výtoku není určena spolehlivě. Poněvadž kontrakce nastává vždy jen na třech stranách, můžeme se domnívat, že budou větší než u předchozích případů. Při nedostatku údajů jsme však odkázáni na hodnoty odpovídající výtoku do volna.



Obr. 5.6 Výtok a) částečně ponořeným otvorem a b) otvorem v šikmé stěně

5.1.7 Volný výtok obdélníkovým otvorem v šikmé stěně

Nechť je obdélníkový otvor šířky b umístěn ve stěně odkloněné od svislice o úhel α (Obr. 5.6 b), na hladinu v nádrži a na výtokový paprsek necht' působí stejný tlak a výtok necht' je do volna. Opět vytkneme elementární proužek jehož geodetická výška nad srovnávací rovinou je z a odvození je obdobné jako v Kap. 5.1.3 s tím rozdílem, že:

$$Q = \mu \frac{b}{\cos \alpha} \sqrt{2g} \int_{h_2}^{h_1} \left(h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{1/2} dh. \quad (5.20)$$

Po integraci obdržíme:

$$Q = \frac{2}{3} \frac{\mu b \sqrt{2g}}{\cos \alpha} \left[\left(h_1 + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_2 + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right], \quad (5.21)$$

kde h_1 je poloha (hloubka) dolní hrany otvoru pod hladinou a h_2 poloha (hloubka) horní hrany otvoru pod hladinou.

5.2 Plnění a prázdnění

V předchozích odstavcích (5.1.1-5.1.7) byl probrán případ ustáleného výtoku kapaliny otvorem. V této části bude problém zobecněn na neustálený výtok otvorem - na plnění a prázdnění nádob. Neustálený výtok otvorem je charakterizován změnou objemu vody v nádrži, změnou hloubky a tedy i změnou průtoku v čase.

Uvažujme nádobu (nádrž) libovolného tvaru (Obr. 5.7), do které přitéká Q_p a vytéká Q otvorem o ploše A v hloubce z_1 pod hladinou, a to malým otvorem



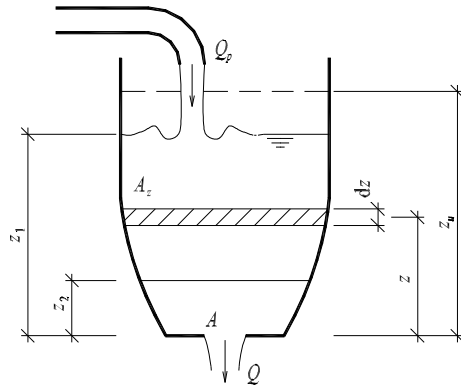
ve dně. Uvažujme stejný atmosférický tlak na hladině i ve výtokovém otvoru. Je-li:

$Q_p = Q$ - přítok Q_p (průtok kapaliny přitékající do nádoby) je roven výtoku Q (průtok výtokovým otvorem z nádoby) - hladina v nádobě se nepohybuje => **ustálený výtok kapaliny otvorem**;

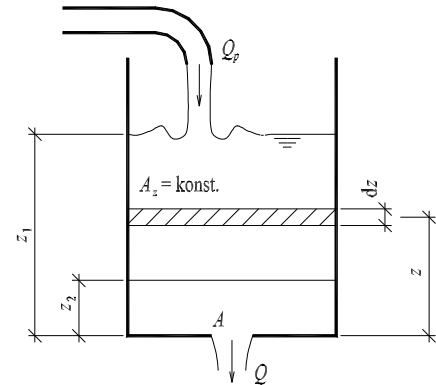
$Q_p < Q$ - **nádoba se prázdní**;

$Q_p > Q$ - **nádoba se plní**.

Poslední dva příklady ilustrují případ, kdy výtok je závislý na čase a tedy průtok je **neustálený** (proměnlivý v čase).



Obr. 5.7 Výtok z nádoby otvorem při proměnné hladině



Obr. 5.8 Prázdňení prizmatické nádoby při $Q_p = \text{konst.}$



Je-li nádoba dostatečně vysoká, pak se hladina v nádobě ustálí (při plnění i prázdnění malým otvorem) v **mezní poloze hladiny** z_u , při které přítok Q_p je roven výtoku Q :

$$Q_p = Q = \mu A \sqrt{2 g z_u} , \quad (5.22)$$

a odtud:

$$z_u = \frac{Q_p^2}{\mu^2 A^2 2 g} , \quad (5.23)$$

kde μ je součinitel výtoku (Tab. 5.1) a A plocha výtokového otvoru. Další pohyb je už pak ustálený, protože $Q_p = Q$.

Počítejme dobu t , za kterou se změní poloha hladiny v nádobě ze z_1 na z_2 . Jedná-li se malý otvor můžeme zanedbat vliv přítokové rychlosti. Proměnlivou výšku hladiny nad otvorem označme z . Za čas dt přiteče do nádoby objem kapaliny $Q_p dt$ a vyteče objem $Q dt$. Bude-li $Q_p \neq Q$, změní se objem hladiny v nádobě o hodnotu $A_z dz$, kde A_z je plocha hladiny ve výšce z . Tento objem se musí podle zákona zachování hmotnosti rovnat rozdílu mezi přítokem a výtokem:

$$(Q_p - Q) dt = A_z dz .$$

Protože $Q = \mu A \sqrt{2 g z}$, bude

$$dt = \frac{A_z dz}{Q_p - \mu A \sqrt{2 g z}} . \quad (5.24)$$

Čas potřebný ke změně polohy hladiny v nádobě z úrovně z_1 na z_2 obdržíme z rovnice (5.24):



$$t = \int_{z_1}^{z_2} \frac{A_z dz}{Q_p - \mu A \sqrt{2gz}} = \int_{z_2}^{z_1} \frac{A_z dz}{\mu A \sqrt{2gz} - Q_p}. \quad (5.25)$$

Pro zvláštní případ prázdnění nádoby bez přítoku ($Q_p = 0$) je doba **úplného vyprázdnění** T ($z_2 = 0$):

$$T = \frac{1}{\mu A \sqrt{2g}} \int_0^{z_1} \frac{A_z dz}{\sqrt{z}}. \quad (5.26)$$

Analytické řešení (5.25) a (5.26) je možné, je-li $Q_p = \text{konst.}$ a dovedeme-li vyjádřit z tvaru nádoby plochu hladiny $A_z = A(z)$ jako funkci výšky hladiny z .

5.2.1 Plnění a prázdnění prizmatické nádoby otvorem při $Q_p = \text{konst.}$

Má-li nádoba stálý průřez $A_z = \text{konst.}$ (válec, hranol, ... - Obr. 5.8), můžeme zapsat pro čas nutný ke změně polohy hladiny z úrovně z_1 na z_2 :



$$t = A_z \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{Q_p - \mu A \sqrt{2gz}}, \quad (5.27)$$

kde přítok Q_p můžeme vyjádřit pomocí plochy výtokového otvoru A a mezní hladiny z_u , na které by se hladina ustálila, pokud by přítok byl roven výtoku:

$$Q_p = \mu A \sqrt{2gz_u}, \quad (5.28)$$

kde A je plocha výtokového otvoru a μ součinitel výtoku. Dosazením (5.28) do (5.27) obdržíme:

$$t = A_z \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\mu A \sqrt{2gz_u} - \mu A \sqrt{2gz}} = \frac{A_z}{\mu A \sqrt{2g}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{z_u} - \sqrt{z}}. \quad (5.29)$$

Při řešení (5.29) zavedeme substituci:

$$y = \sqrt{z_u} - \sqrt{z}, \\ dz = -2\sqrt{z} dy = -2(\sqrt{z_u} - y) dy$$

a meze integrace jsou:

$$\frac{z}{y = \sqrt{z_u} - \sqrt{z}} \quad \Bigg| \quad \frac{z_1}{y_1 = \sqrt{z_u} - \sqrt{z_1}} \quad \Bigg| \quad \frac{z_2}{y_2 = \sqrt{z_u} - \sqrt{z_2}}.$$

Řešení je tvaru:

$$t = -\frac{2A_z}{\mu A \sqrt{2g}} \int_{y(z_1)}^{y(z_2)} \frac{(\sqrt{z_u} - y)}{y} dy = \frac{2A_z}{\mu A \sqrt{2g}} \int_{y_1}^{y_2} \left(1 - \frac{\sqrt{z_u}}{y}\right) dy = \\ = \frac{2A_z}{\mu A \sqrt{2g}} \left[y - \sqrt{z_u} \ln y \right]_{\sqrt{z_u} - \sqrt{z_1}}^{\sqrt{z_u} - \sqrt{z_2}}, \\ t = \frac{2A_z}{\mu A \sqrt{2g}} \left[\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} - \sqrt{z_u} \ln \frac{\sqrt{z_u} - \sqrt{z_2}}{\sqrt{z_u} - \sqrt{z_1}} \right]. \quad (5.30)$$



Pro prizmatickou nádobu bez přítoku ($z_u = 0$) je čas potřebný ke změně polohy hladiny z úrovně z_1 do z_2 :

$$t = -A_z \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\mu A \sqrt{2gz}} = \frac{A_z}{\mu A \sqrt{2g}} \int_{z_2}^{z_1} \frac{dz}{\sqrt{z}} = \frac{2A_z}{\mu A \sqrt{2g}} \left[\sqrt{z} \right]_{z_2}^{z_1} = \frac{2A_z}{\mu A \sqrt{2g}} \left[\sqrt{z_1} - \sqrt{z_2} \right] \quad (5.31)$$

Doba nutná pro úplné vyprázdnění ($z_2 = 0$) pro prizmatickou nádobu bez přítoku ($z_u = 0$) je:

$$T = \frac{2A_z \sqrt{z_1}}{\mu A \sqrt{2g}} \quad (5.32)$$

Postup řešení zůstane stejný, i když se nádoba prázdní nebo plní jiným způsobem - přepadem, malým otvorem ve svislé stěně. Při řešení vyjádříme příslušné výtokové množství Q .

5.2.2 Prázdňení válcové cisterny otvorem při $Q_p = 0$



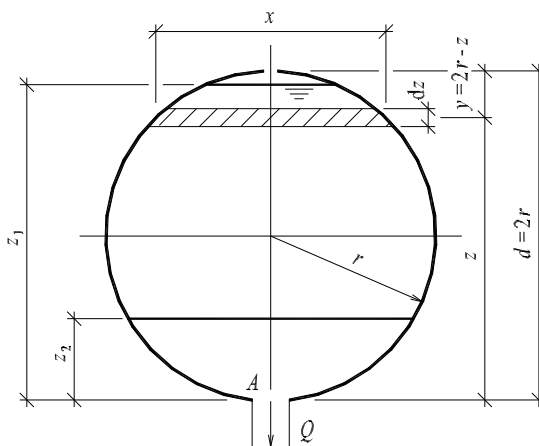
Válcová nádoba s vodorovnou osou (Obr. 5.9) se prázdní otvorem v nejnižším místě, přičemž je postaráno o přívod vzduchu nad hladinu. Plocha hladiny je s hladinou proměnlivá $A_z = Lx$, kde L je délka cisterny a x :

$$\frac{x}{2} = \sqrt{r^2 - (z - r)^2} \Rightarrow x = 2\sqrt{r^2 - z^2 + 2zr - r^2} = 2\sqrt{z(2r - z)} \quad (5.33)$$

$$A_z = 2L\sqrt{z(2r - z)} \quad (5.34)$$

kde r je poloměr cisterny a z poloha hladiny. Čas potřebný ke změně polohy hladiny z úrovně z_1 do z_2 dostaneme dosazením (5.34) do (5.25), kde $Q_p = 0$:

$$t = - \int_{z_1}^{z_2} \frac{A_z dz}{\mu A \sqrt{2gz}} = \int_{z_1}^{z_2} \frac{2L\sqrt{z(2r - z)} dz}{-\mu A \sqrt{2gz}} = - \frac{2L}{\mu A \sqrt{2g}} \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{(2r - z)} dz \quad (5.35)$$



Obr. 5.9 Prázdňení cisterny

Při řešení (5.35) zavedeme substituci:

$$y = 2r - z,$$

$$dz = -dy$$

a meze integrace jsou:

$$\begin{array}{c|c|c} z & z_1 & z_2 \\ \hline y = 2r - z & y_1 = 2r - z_1 & y_2 = 2r - z_2 \end{array}.$$

Čas potřebný ke změně polohy hladiny z úrovně z_1 do z_2 je pak:

$$\begin{aligned} t &= \frac{2L}{\mu A \sqrt{2g}} \int_{y(z_1)}^{y(z_2)} \sqrt{y} \, dy = \frac{2L}{\mu A \sqrt{2g}} \int_{y_1}^{y_2} \sqrt{y} \, dy = \\ &= \frac{2}{3} \frac{2L}{\mu A \sqrt{2g}} \left[y^{3/2} \right]_{2r-z_1}^{2r-z_2}, \\ t &= \frac{4L}{3\mu A \sqrt{2g}} \left[(2r - z_2)^{3/2} - (2r - z_1)^{3/2} \right]. \end{aligned} \quad (5.36)$$

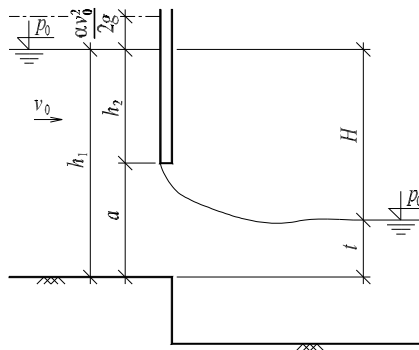
Doba pro úplné vyprázdnění celé cisterny ($z_1 = 2r = d$ a $z_2 = 0$) je:

$$T = \frac{4Ld^{3/2}}{3\mu A \sqrt{2g}} \doteq 0,301 \frac{Ld^{3/2}}{\mu A}. \quad (5.37)$$

Př. 5.1

V obdélníkovém korytě šířky $b = 5,0$ m je vybudován stupeň ve dně (Obr. 5.10) V profilu stupně je stavidlo, které je otevřené na výšce $a = 1$ m. Tím je udržována hladina horní vody ve výšce $h_2 = 2$ m nade dnem. Určete výtok vody pod stavidlem, je-li zatápen výtokový otvor do výšky 0,5 m.

$$\begin{aligned} b &= 5,0 \text{ m}; \\ a &= 1,0 \text{ m}; \\ h_2 &= 1,0 \text{ m}; \\ h_1 &= 2,0 \text{ m}; \\ H &= 1,5 \text{ m}; \\ t &= 0,5 \text{ m}; \\ \mu &= \mu_p = 0,80; \\ \alpha &= 1,0. \end{aligned}$$



Obr. 5.10 Výtok pod stavidlem

Řešení:

Jedná se o částečně zatopený výtok velkým otvorem. Celkové výtokové množství se bude počítat jako součet výtoku do volna a výtoku zatopeným otvorem (5.19). Protože není známa přítoková rychlost, která je funkcí hledaného průtoku, je vhodné použít iteračního postupu, tedy postupu postupného přibližování do chyby velikosti $|Q_{i+1} - Q_i| < 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$.



1. iterace: v první iteraci předběžně spočítáme výtokové množství mez uvažování přítokové rychlosti v_0 , kterou předem neznáme:

$$v_{01} = 0,0 \text{ m/s}; \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha v_{01}^2}{2g} = 0,0 \text{ m};$$

$$Q_1^{(1)} = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{\alpha v_{01}^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_2 + \frac{\alpha v_{01}^2}{2g} \right)^{3/2} \right] = 9,888 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_1^{(2)} = \mu t b \sqrt{2g \left(H + \frac{\alpha v_{01}^2}{2g} \right)} = 10,850 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_1 = Q_1^{(1)} + Q_1^{(2)} = 20,738 \text{ m}^3/\text{s};$$

2. iterace: výpočet provedeme s opravenou přítokovou rychlostí, kterou obdržíme z celkového průtoku z první iterace a průtočné plochy v přírodním obdélníkovém korytě:

$$v_{02} = \frac{Q_1}{b h_1} = 2,074 \text{ m/s}; \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha v_{02}^2}{2g} = 0,219 \text{ m};$$

$$Q_2^{(1)} = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(H + \frac{\alpha v_{02}^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_2 + \frac{\alpha v_{02}^2}{2g} \right)^{3/2} \right] = 10,725 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_2^{(2)} = \mu t b \sqrt{2g \left(H + \frac{\alpha v_{02}^2}{2g} \right)} = 11,616 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_2 = Q_2^{(1)} + Q_2^{(2)} = 22,340 \text{ m}^3/\text{s}; \quad |Q_2 - Q_1| = 1,60 > 0,01 \text{ m}^3/\text{s};$$

3. iterace: jelikož rozdíl mezi 1. a 2. iterací není požadovaný, výpočet pokračuje:

$$v_{03} = \frac{Q_2}{b h_1} = 2,234 \text{ m/s}; \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha v_{03}^2}{2g} = 0,254;$$

$$Q_3^{(1)} = 10,853 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_3^{(2)} = 11,734 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_3 = Q_3^{(1)} + Q_3^{(2)} = 22,587 \text{ m}^3/\text{s}; \quad |Q_3 - Q_2| = 0,26 > 0,01 \text{ m}^3/\text{s};$$

4. iterace: $v_{04} = \frac{Q_3}{b h_1} = 2,259 \text{ m/s}; \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha v_{04}^2}{2g} = 0,260 \text{ m};$

$$Q_4^{(1)} = 10,874 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_4^{(2)} = 11,753 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_4 = Q_4^{(1)} + Q_4^{(2)} = 22,626 \text{ m}^3/\text{s}; \quad |Q_4 - Q_3| = 0,04 > 0,01 \text{ m}^3/\text{s};$$

5. iterace: $v_{05} = \frac{Q_4}{b h_1} = 2,263; \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha v_{05}^2}{2g} = 0,261;$

$$Q_5^{(1)} = 10,877 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_5^{(2)} = 11,756 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_5 = Q_5^{(1)} + Q_5^{(2)} = 22,633 \text{ m}^3/\text{s}; \quad |Q_5 - Q_4| = 0,006 < 0,01 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Výtokové množství je přibližně 22,633 m³/s.

Př. 5.2



Válcovitá nádoba ($L = 8,0 \text{ m}$, $d = 2,0 \text{ m}$) s kruhovým výtokovým otvorem o velikosti $d_v = 0,1 \text{ m}$ ($\mu = 0,62$) bez přítoku ($Q_p = 0 \text{ m}^3/\text{s}$) se prázdní:

a) ve svislé poloze (Obr. 5.11 a);

b) v ležaté poloze (Obr. 5.11 b).

Vypočítejte dobu T potřebnou k úplnému vyprázdnění nádoby, je-li postaráno o přívod vzduchu nad hladinu.

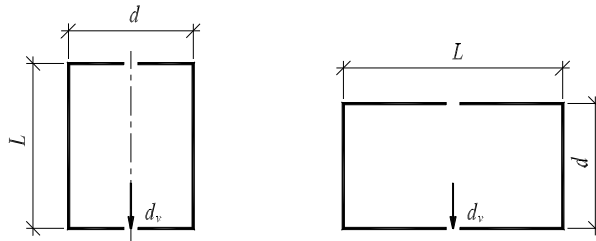
$$L = 8,0 \text{ m};$$

$$Q_p = 0 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$\mu = 0,62;$$

$$d = 2,0 \text{ m}; \quad A_z = \frac{\pi d^2}{4} = 3,14 \text{ m}^2; \quad A_z \gg A \Rightarrow \text{výtok malým otvorem};$$

$$d_v = 0,1 \text{ m}; \quad A = \frac{\pi d_v^2}{4} = 0,00785 \text{ m}^2;$$



Obr. 5.11 Prázdňení válcovité nádoby a) ve svislé poloze, b) v ležaté poloze

a) *Nádoba ve svislé poloze*

jde o prázdňení prizmatické nádoby (konstantní průřez A po výšce) malým otvorem ve dně při $Q_p = 0,0 \text{ m}^3/\text{s}$:

podle (5.32) bude:
$$T = \frac{2 A_z \sqrt{z_1}}{\mu A \sqrt{2g}} \quad z_1 = L = \frac{2 A_z \sqrt{L}}{\mu A \sqrt{2g}} = 824 \text{ s} = 13 \text{ min } 44 \text{ s}.$$

b) *Nádoba v ležaté poloze*

jde o prázdňení válcovité cisterny s vodorovnou osou malým otvorem ve dně při $Q_p = 0,0 \text{ m}^3/\text{s}$:

zde platí výraz (5.37):
$$T = 0,301 \frac{L d^{3/2}}{\mu A} = 700 \text{ s} = 12 \text{ min}.$$

Ve skutečnosti bude probíhat poslední fáze prázdňení od předpokladu tohoto výpočtu, neboť při malé hloubce vody se nad výtokem utvoří nálevkovité snížení hladiny - vír, až nakonec vzduch vnikne do otvoru a výtok otvorem se sníží oproti vypočtenému.

Kontrolní otázky

- Co vyjadřuje součinitel výtoku?
- Co je to hydraulicky malý otvor ve svislé stěně při ustáleném výtoku otvorem ve svislé stěně?

6 Přepady

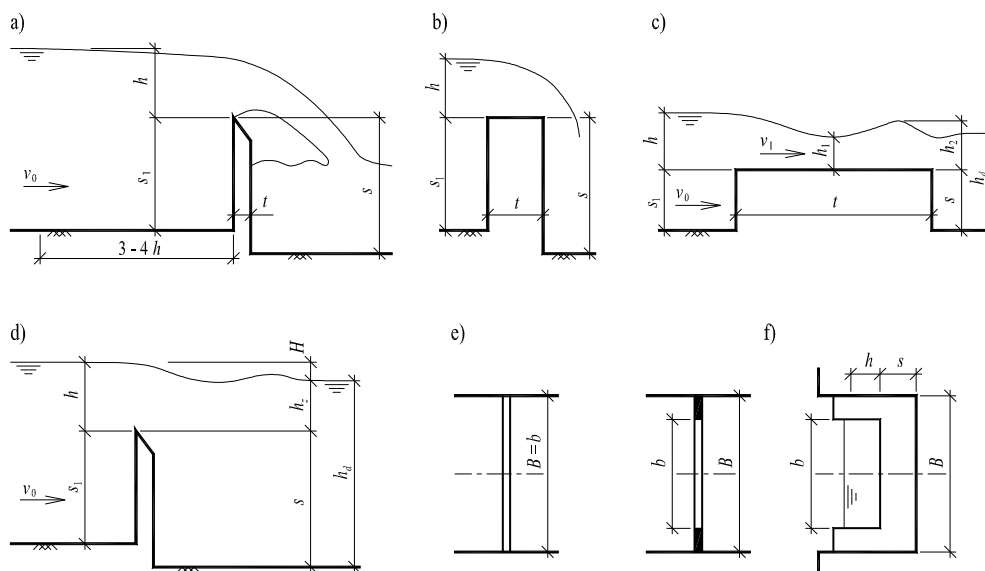
Přepad můžeme definovat jako výtok kapaliny otvorem nahore otevřeným nebo otvorem, v němž hladina nedosahuje k jeho hornímu obrysu. Vznikne zpravidla vložení stěny napříč proudem s volnou hladinou. Tato stěna vzdouvá vodu a voda přes ni přepadá. **Konstrukci, přes kterou voda přepadá,**



se nazývají **přelivy**; nejvyšší část přelivu je přelivná hrana (nebo koruna přelivu). **Přepadající proud vody se nazývá přepadový paprsek.**

Tvar a tloušťka přelivné stěny má podstatný vliv na proudění přes přeliv. Proto podle ní dělíme přelivy na tyto základní typy:

- ostrohranné přelivy;**
- jezové nebo přehradní přelivy** (obdélníkového a lichoběžníkového příčného průřezu, proudnicové přelivy);
- přelivy se širokou korunou;**
- zvláštní typy přelivů** (šachtový přeliv, boční přeliv, ...).



Obr. 6.1 Typy přelivů a přepadů: a) ostrohranný přeliv, dokonalý přepad; b) přeliv přes jezové těleso s obdélníkovým příčným profilem; c) přeliv přes širokou korunu, dokonalý přepad; d) ostrohranný přeliv, nedokonalý přepad; e) přeliv bez bočního zúžení; f) přeliv s bočním zúžením



Podle ovlivnění přepadového množství přes přeliv hladinou dolní vody (hladinou za přelivem) můžeme rozeznat:

- přepad dokonalý** - přepadové množství není ovlivněno hladinou dolní vody;
- přepad nedokonalý** (zatopený) - je-li hladina dolní vody nad úroveň přelivné hrany, je nutné ověřit, zda-li je přepadové množství ovlivněno hladinou dolní vody.



Přepad vody přes přeliv může být:

- **bez bočního zúžení**, jestliže se šířka přelivu b rovná šířce B obdélníkového žlabu;
- **s bočním zúžením**, je-li přepad pouze v části přelivné stěny nebo jestliže se k přelivné stěně žlab zužuje, tedy $b < B$.

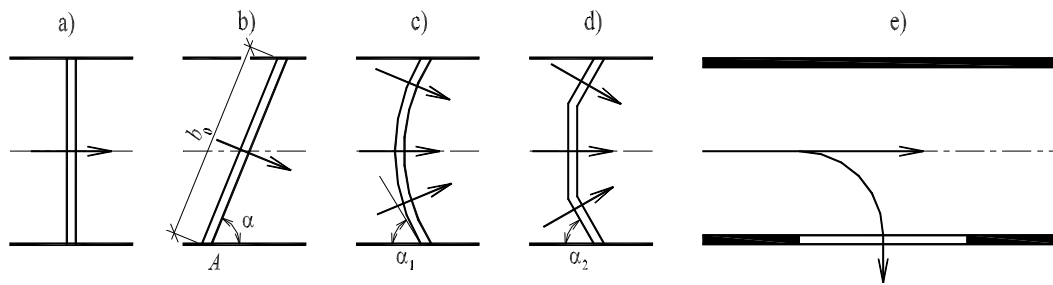


Podle umístění přelivné hrany k nabíhajícímu proudu lze rozeznat (Obr. 6.2):

- **přelivy čelné** - přelivná hrana je k nabíhajícímu proudu umístěna kolmo;
- **přelivy šikmé, lomené, křivočaré;**
- **boční** (postranní) **přelivy** - přelivná hrana je rovnoběžná s osou proudu nebo je od ní odkloněná, ale nepřehrazuje vodní tok.



Dále lze rozlišit **přelivy pevné a pohyblivé**. U pohyblivých přelivů lze měnit výšku přelivné hrany (např. klapky) nebo velikost výtokového otvoru (např. podtékací segmenty nebo válce).



Obr. 6.2 Typy přelivů: a) čelný přeliv; b) přeliv šikmý; c) přeliv obloukový; d) přeliv lomený; e) boční přeliv

6.1 Ostrohranné přelivy

Přepad přes ostrou hranu nastává, je-li tloušťka přelivné stěny t :

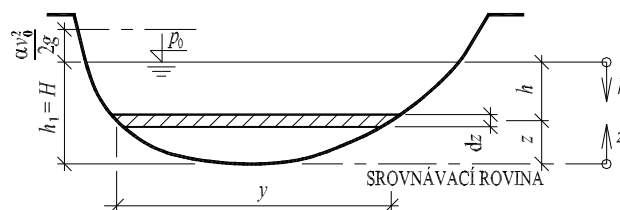
$$t < 0,66 h,$$

kde h je přepadová výška (výška přepadového paprsku), což je převýšení hladiny nad nejnižším místem přelivné hrany. Ostrohranných přelivů se používá zejména pro měření průtoku, protože jsou experimentálně nejlépe ověřeny. Pro dosažení přesných výsledků při měření průtoků se požaduje dokonalý přepad, volný přepadový paprsek a dobré uklidnění přítoku, např. dostatečně dlouhým přímým přítokovým žlabem. Dále má být přelivná stěna svislá a hladká, jednostranně upravená do břitu. Je nutné splnit rozmezí platnosti používaných rovnic a předepsané podmínky pro umístění měrného přelivu, jinak se musí měrná křivka přelivu určit tárováním přímo na místě.

6.1.1 Výpočet přepadu přes ostrou hranu, Bazinův přeliv

Při výpočtu přepadu přes ostrou hranu se používá postupu jako při volném výtoku otvorem ve svislé stěně (Odst. 5.1.3). Celkový průtok obdržíme z rovnice (5.10) - integrujeme v mezích od nejnižšího bodu přelivné hrany po hladinu (Obr. 6.3):

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_0^h \left(h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{1/2} y \, dh, \quad \text{kde} \quad y = y(H - h) \quad (6.1)$$



Obr. 6.3 Přepad přes přeliv obecného průřezu

Pro vodorovnou přelivnou hranu a obdélníkový profil $y(H - h) = b = \text{konst.}$, můžeme snadno provést integraci. Převýšení hladiny nad nejnižším bodem přelivné hrany budeme dále značit h a nazývat přepadovou výškou (výškou přepadového paprsku). Přepadové množství Q je pak dáno Weisbachovou rovnicí:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right], \quad (6.2)$$

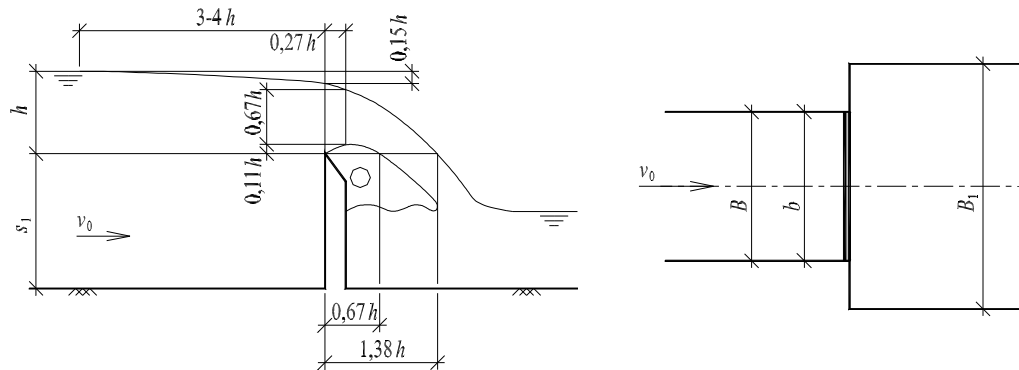


$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} [h_0^{3/2} - k^{3/2}],$$

kde μ je součinitel přepadu daného přelivu, h přepadová výška, $k = \frac{\alpha v_0^2}{2g}$ přítoková rychlostní výška a veličinu $h_0 = h + k$ nazýváme energetická přepadová výška. Výpočet průtoku při neznámé přítokové rychlosti v_0 provedeme postupným přibližováním Q a v_0 . Neuvažujeme-li s přítokovou rychlostí, obdržíme rovnici Poleniovu nebo Dubuatovu:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} h^{3/2}.$$

Součinitel přepadu závisí na typu přelivu, přepadové výšce h , výšce stěny s_1 a na tlaku v prostoru pod paprskem. Je-li tento prostor uzavřen, vysává z něho proudící paprsek vzduch, takže zde klesá tlak a součinitel přepadu μ se zvětšuje. Zavzdušní-li se tento prostor (např. rozšířením koryta pod přelivem nebo zvláštním zavzdušňovacím potrubím) celý jev se stabilizuje a vytvoří se volný přepadový paprsek, který má stálý tvar.



Obr. 6.4 Bazinův přeliv



Obdélníkový ostrohranný přeliv bez bočního zúžení a zavzdušněným prostorem pod přepadovým paprskem se nazývá Bazinův. Bazinův přeliv (Obr. 6.4) je základním typem ostrohranných přelivů a protože byl podrobně prozkoumán, stal se základním měrným přelivem.



Bazin odvodil pro stanovení přepadového množství přes přeliv rovnici, která se používá se i pro výpočet dalších typů přelivů. Pro její odvození můžeme vyjít z (6.2), kde zanedbáme člen $-k^{3/2}$, který je malý vůči předchozímu členu $h_0^{3/2}$, vytkneme $h^{3/2}$ a označíme $\frac{2}{3} \mu = m_0$:

$$Q = m_0 b \sqrt{2g} h^{3/2} \left(1 + \frac{\alpha v_0^2}{2g h} \right)^{3/2}$$

a označíme:

$$m = m_0 \left(1 + \frac{\alpha v_0^2}{2g h} \right)^{3/2},$$

pak platí:

$$Q = m b \sqrt{2g} h^{3/2}, \quad (6.3)$$

kde m je **Bazinův součinitel přepadu, který zahrnuje ztráty a kontrakci na přepadu a vliv přítokové rychlosti** (v prvním přiblížení můžeme uvažovat $m = 0,42$). Bazin podle pokusů stanovil součinitel přepadu m :

$$m = \left(0,405 + \frac{0,003}{h} \right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + s_1} \right)^2 \right], \quad (6.4)$$

s platností pro (chyba < 1%):
 $0,1 \text{ m} < h < 1,24 \text{ m};$
 $0,2 \text{ m} < b < 2,0 \text{ m};$
 $0,2 \text{ m} < s_1 < 2,0 \text{ m}.$

Přepadové paprsky jsou u Bazinova přelivu vzájemně podobné a Bazin udal jejich charakteristické rozměry v poměru k přepadové výšce (Obr. 6.4). Ve vzdálenosti $3h$ nad přelivem je snížení hladiny $0,003h$, kdežto nad přelivnou hranou $0,15h$. Z toho plyne, že se přepadová výška musí měřit ve vzdálenosti 3 až $4h$ před přelivem. Přeliv obdélníkový s tloušťkou stěny $t < 0,66h$ nemá vliv na tvar přepadového paprsku, a může se proto počítat jako přepad ostrohranný.

Skloněním stěny přelivu po proudu se zmenšuje kontrakce proudu a zvyšuje se kapacita přelivu. Zatímco skloněním přelivu proti proudu se kapacita přelivu zmenšuje. Pro tento případ, kdy **přelivná stěna není svislá** platí:

$$Q = \sigma_{skl} m b \sqrt{2g} h^{3/2}, \quad (6.5)$$

kde σ_{skl} je **součinitel sklonu přelivné stěny** a jeho hodnoty pro různý odklon přelivné stěny od svislice jsou uvedeny v Tab. 6.1.

Tab. 6.1 Součinitel sklonu σ_{skl} pro Bazinův přepad

odklon	proti vodě				po vodě		
	45°	30°	15°	0°	15°	30°	45°
σ_{skl}	0,925	0,940	0,965	1,000	1,035	1,075	1,115

6.1.2 Nedokonalý přepad přes ostrou hranu

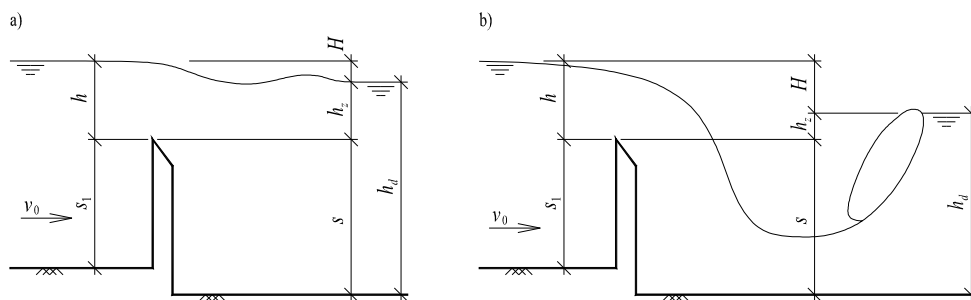
Nedokonalý (zatopený) přepad vznikne, je-li hladina dolní vody výše než přelivná hrana a hladina dolní vody snižuje přepadové množství. Za přepadovým paprskem vzniká vodní skok (Kap. 9), který může být vzdutý, vlnovitý nebo oddálený. Zatopení nastává pouze při vzdutém nebo vlnovitém vodním skoku, při oddáleném vodním skoku dopadá paprsek na dno a přepad je dokonalý (Obr. 6.5 b). Přibližně bylo zjištěno, že vzdutý vodní skok (a tím i nedokonalý přepad) vzniká při poměru $\frac{H}{s} < 0,70$.

Podrobněji Pavlovskij zjistil, že přepad bude nedokonalý, bude-li poměr $\frac{H}{s}$ menší než mezní poměr $\left(\frac{H}{s}\right)_*$, který je udaný v Tab. 6.2 v závislosti na poměru $\frac{h}{s}$. Podmínky nedokonalého přepadu jsou:

$$1) \quad h_d > s \quad \text{a současně} \quad 2) \quad \frac{H}{s} < \left(\frac{H}{s}\right)_*. \quad (6.6)$$

Tab. 6.2 Mezní hodnoty pro nedokonalý přepad přes ostrou hranu

$\frac{h}{s}$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00	3,00
$\left(\frac{H}{s}\right)_*$	1,00	0,90	0,83	0,78	0,75	0,73	0,68	0,67	0,67	0,71	0,85



Obr. 6.5 Přepad přes ostrou hranu

- a) se vzdutým nebo vlnovitým vodním skokem (**nedokonalý přepad**);
 b) s oddáleným vodním skokem (**dokonalý přepad**)



K výpočtu nedokonalého přepadu přes ostrohranný přeliv používáme nejčastěji postup podle Bazina, který vzorec pro dokonalý přepad (6.3) redukuje součinitelem zatopení σ_z :

$$Q = \sigma_z m b \sqrt{2g} h^{3/2}, \quad (6.7)$$

$$\text{kde} \quad \sigma_z = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{h_z}{s} \right) \sqrt[3]{\frac{H}{h}}. \quad (6.8)$$



Nedokonalý přepad je méně prozkoumán než přepad dokonalý a vyžaduje složitější zařízení pro změření hladiny obou hladin, proto se k měření průtoků nedoporučuje.

6.1.3 Ostrohranné přelivy s bočním zúžením



Přelivy s bočním zúžením vznikají výřezy různého tvaru ve stěně přelivů. Mezi základní typy patří obdélníkový (Ponceletův), trojúhelníkový, lichoběžníkový, kruhový, parabolický, lineární, atd.



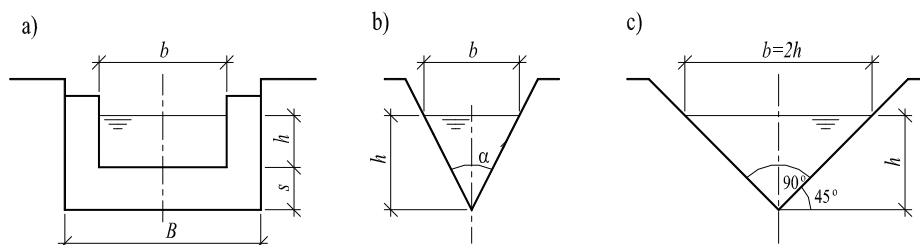
a) **obdélníkový (Ponceletův) přeliv** (Obr. 6.6 a)

Ostrohranný obdélníkový přeliv s bočním zúžením ($b < B$) se nazývá Ponceletův přeliv (Obr. 6.6a). Je vhodný k měření průtoku v malých vodních tocích a ve vodních kanálech s obdélníkovým průřezem.

Pro přepadové množství platí:

$$Q = m_b b \sqrt{2g} h^{3/2}, \quad m_b = \left[0,405 + \frac{0,0027}{h} - 0,03 \left(1 - \frac{b}{B} \right) \right] \left[1 + 0,55 \left(\frac{A}{A_0} \right)^2 \right], \quad (6.9)$$

kde m_b je součinitel přepadu pro Ponceletův přeliv, kde A je průtočný průřez ve výřezu a A_0 průtočný průřez přívodního žlabu.



Obr. 6.6 Přelivy: a) obdélníkový; b) trojúhelníkový; c) Thomsonův

b) **Trojúhelníkový (rovnoramenný) přeliv** (Obr. 6.6 b)

Pro měření malých průtoků je trojúhelníkový přeliv přesnější než Ponceletův. Dosazením rovnice vyjadřující šířku přelivu v úrovni $H - h$:

$$y = 2(H - h) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

do (6.1), kde zanedbáváme vliv přítokové rychlosti, obdržíme vztah pro výpočet přepadového množství přes trojúhelníkový přeliv:

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_0^{h_1} h^{1/2} \left[2(H - h) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right] dh;$$

$$Q = 2\mu \sqrt{2g} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \left[H \frac{2}{3} h_1^{3/2} - \frac{2}{5} h_1^{5/2} \right].$$

Dále podle Obr. 6.6 b) vidíme, že $H = h_1$. Převýšení hladiny nad nejnižším bodem přelivné hrany budeme dále značit h a nazývat přepadovou výškou:

$$Q = 2\mu \sqrt{2g} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \left[\frac{2}{3} h^{5/2} - \frac{2}{5} h^{5/2} \right];$$

$$Q = \frac{8}{15} \mu \sqrt{2g} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) h^{5/2}, \quad (6.10)$$

kde součinitel $\mu \approx (0.56 \sim 0.60)$ a je funkcí $\mu = f(h, \alpha)$. Vzorec (6.10) je často uváděn ve tvaru:

$$Q = m_t \sqrt{2g} \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) h^{5/2}, \quad (6.11)$$

kde $m_t \approx (0,299 \sim 0,320)$

c) **Thomsonův přeliv** (Obr. 6.6 c)

Speciálním typem trojúhelníkového přelivu je Thomsonův přeliv. Thomson prozkoumal přeliv s $\alpha = 90^\circ$, takže $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1,0$ a zjistil konstantní součinitel $\mu = 0,593$, resp. $m_t = 0,316$. Z toho pro přepadové množství vyplývá:

$$Q = 1,4 h^{5/2}, \quad (6.12)$$

s platností pro: $B \geq 8h$ a $s_1 \geq 3h$.

6.2 Jezové přelivy

Jezy jsou pohyblivé nebo pevné konstrukce umístěné v korytě toku, kterými se vzdouvá voda k různým vodohospodářským účelům. Ostrohranné přelivy jsou jako vzdouvací objekty staticky nevhodné. Proto se jako vzdouvací konstrukce na tocích používají buď:

- **masívní přelivy - pevné jezy** na kterých nelze při proměnných průtocích řízeně manipulovat s hladinami;
- nebo se pro řízenou manipulaci polohy hladiny nad přelivem používá **pohyblivých hradících konstrukcí (uzávěrů) různých typů - pohyblivé jezy**.

6.2.1 Výpočet přepadu přes jezová tělesa



Pro výpočet přepadového množství přes jezová tělesa můžeme použít rovnice podobné rovnici (6.3):

$$Q = \sigma_z \sigma_s m b_0 \sqrt{2g} h_0^{3/2}; \quad h_0 = h + \frac{\alpha v_0^2}{2g}, \quad (6.13)$$

kde σ_z součinitel zatopení (pro dokonalý přepad $\sigma_z = 1$, pro nedokonalý $\sigma_z < 1$);

σ_s součinitel šikmosti (vliv půdorysného uspořádání);

b_0 účinná šířka přelivu;

h přepadová výška;

m součinitel přepadu přes jezová tělesa;

$k = \frac{v_0^2}{2g}$ přítoková rychlostní výška;

$h_0 = h + \frac{v_0^2}{2g} = h + k$ energetická přepadová výška - přepadová výška zvětšená o přítokovou rychlostní výšku.

Rovnice (6.13) je často uváděna ve tvaru:

$$Q = \sigma_z \sigma_s M b_0 h_0^{3/2}, \quad M = m \sqrt{2g} \quad (6.14)$$

kde M je rozšířený součinitel přepadu přes jezová tělesa. Součinitel přepadu m závisí hlavně na tvaru přelivného tělesa a pak (podobně jako u ostrohranného přelivu) na přepadové výšce h .

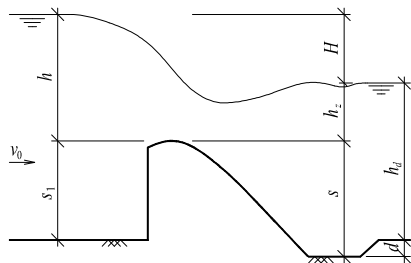
6.2.2 Nedokonalý přepad



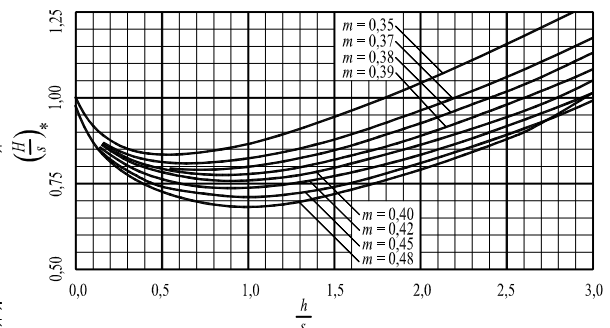
Nedokonalý přepad přes jez (Obr. 6.7) se počítá obdobně jako u ostrohranného přelivu. Podle Bachmětěva je přepad nedokonalý, jsou-li současně splněny tyto podmínky:

$$1) h_d + d > s; \quad \text{a současně} \quad 2) \frac{H}{s} < \left(\frac{H}{s} \right)_* \quad (6.15)$$

mezní hodnoty $\left(\frac{H}{s} \right)_*$ pro přepad přes jez závisí na poměrné přepadové výšce $\frac{h}{s}$ a na součiniteli přepadu m , a tím i na typu jezu: Mezní hodnoty udává graf na Obr. 6.8.



Obr. 6.7 Nedokonalý přepad přes jez



Obr. 6.8 Grafikon mezních hodnot pro zatopený přepad přes jez

Zmenšení průtočnosti při nedokonalém přepadu se vyjádří součinitelem zatopení σ_z , který závisí na poměru $\frac{h_z}{h}$ a částečně také na tvaru přelivné plochy. Jeho orientační hodnoty v závislosti na $\frac{h_z}{h}$ podle Oficerova a Istominy udává Tab. 6.3.



Tab. 6.3 Součinitel zatopení σ_z pro přepad přes jez

h_z/h	σ_z	h_z/h	σ_z	h_z/h	σ_z	h_z/h	σ_z	h_z/h	σ_z
0,40	0,990	0,65	0,940	0,74	0,869	0,82	0,756	0,90	0,575
0,45	0,986	0,66	0,930	0,75	0,858	0,84	0,719	0,92	0,515
0,50	0,980	0,68	0,921	0,76	0,846	0,85	0,699	0,94	0,449
0,55	0,970	0,70	0,906	0,78	0,820	0,86	0,677	0,95	0,412
0,60	0,960	0,72	0,889	0,80	0,790	0,88	0,629	1,00	0,000

6.2.3 Vliv půdorysného uspořádání jezů

Je-li přelivná hrana **půdorysně šikmá** k nabíhajícímu proudu (Obr. 6.2 b), je součinitel šikmosti $\sigma_s < 1$. Jeho hodnoty v závislosti na poměrné přepadové výšce $\frac{h}{s}$ a úhlu odklonu α přelivné hrany od břehové čáry jsou uvedeny v Tab. 6.4.



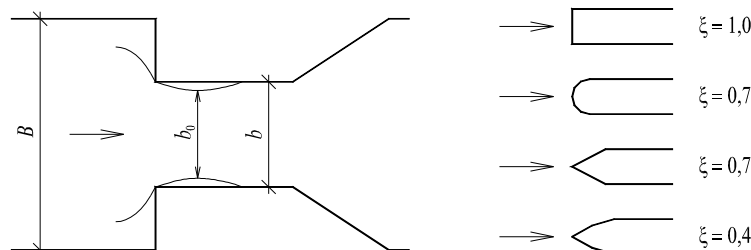
Tab. 6.4 Součinitel šikmosti jezu σ_s

h/s	0,4	0,3	0,2	0,1
$\alpha = 90^\circ$	1,00	1,00	1,00	1,00
$\alpha = 75^\circ$	0,99	0,99	1,00	1,00
$\alpha = 60^\circ$	0,94	0,96	0,97	0,99
$\alpha = 45^\circ$	0,85	0,88	0,91	0,94

Lomené jezy (Obr. 6.2 d) rozložíme na části a ty řešíme podle předchozího postupu. Také obloukové jezy (Obr. 6.2c) mají přibližně stejnou kapacitu jako jezy šikmé, za odchylku α_1 u nich považujeme úhel tečny s břehovou čarou. U těchto dvou typů se přepadající proud soustřeďuje dovnitř koryta, takže neohrožuje břehy pod přelivem, jak je tomu v bodě "A" šikmého jezu na Obr. 6.2 b.



6.2.4 Boční kontrakce



Obr. 6.9 Boční kontrakce a součinitel ξ pro výpočet bočního zúžení u pilířů

Není-li zúžení průtočného profilu plynulé, plavné, nemohou proudová vlákna sledovat ostré záhyby zdiva (Obr. 6.9), setrvačností pokračují i v zúžené části v původním směru a tím nastává zúžení (kontrakce) paprsku. Při stěnách se vytvoří prostory vyplněné víry se svislou osou, takže průtokově účinná šířka bude $b_0 < b$.





V případech, kdy nastává kontrakce, dosazujeme do vzorců na výpočet průtočného množství místo šířky b účinnou šířku b_0 :

$$b_0 = b - 0,1 n \xi h_0; \quad (6.16)$$

kde n je počet zúžení (na Obr. 6.9 je počet zúžení $n = 2$), h_0 energetická přepadová výška, v_0 přítoková rychlost a ξ součinitel závislosti tvaru pilíře na boční zúžení podle Obr. 6.9.

6.2.5 Jezy obdélníkového příčného průřezu



Jezy obdélníkového příčného průřezu (Obr. 6.10 a) mají přepadové součinitele m závislé na poměru tloušťky tělesa t k výšce přepadajícího paprsku h (Tab. 6.5). Zaoblení vstupní hrany zvětšuje m zhruba o 5%. Při tloušťce tělesa $t < 0,67 h$ se jedná o ostrohranný přeliv a při tloušťce tělesa $t > 3 h$ nastává přechod k přepadu přes širokou korunu. Pro přepadové průtočné množství platí (6.13).

Tab. 6.5 Přepadové součinitele obdélníkového jezu

t / h	1:2	2:3	1	2	3
m	0,42	0,41	0,37	0,33	0,32
M	1,86	1,82	1,64	1,46	1,42

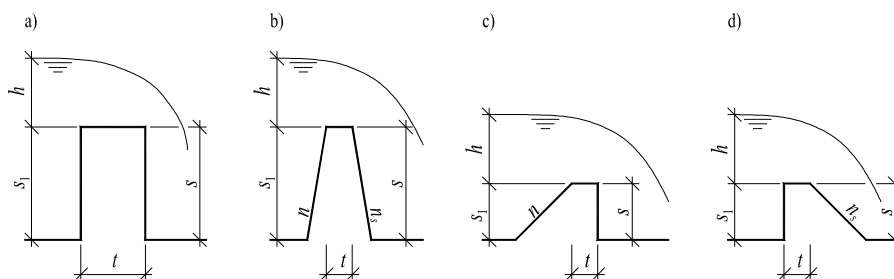


Tato tělesa jsou sice stavebně jednoduchá, ale hydraulicky nevýhodná (nízký přepadový součinitel). Dále prostor pod přepadajícím paprskem nebývá v praxi zavzdušněn (na rozdíl od měrných přelivů), voda z něho vysává vzduch a vzniká podtlak, který sice poněkud zvětšuje průtočnost, ale způsobuje jiné nepříznivé účinky (vysávání malty ze spár zdiva, korozi, pulsaci, vibraci, ...).

6.2.6 Jezy lichoběžníkového příčného průřezu



Lichoběžníkový průřez (Obr. 6.10 b až d) dobře vzdoruje zatížení, ale klade přepadající vodě velký odpor. Proto se dnes prakticky nenavrhuje, někdy je však nutné hydraulické posouzení starých konstrukcí. Součinitel přepadu m závisí na výšce jezu, sklonu stěn a na poměru $\frac{h}{t}$ (Tab. 6.6). Při zaoblení hran je možno u nízkých a středních typů jezů zvýšit m zhruba o 5%. Pro přepadové průtočné množství platí (6.13).



Obr. 6.10 Jezy s obdélníkovým a lichoběžníkovým příčným průřezem

Tab. 6.6 Součinitel přepadu m pro jezy lichoběžníkového tvaru

typ jezu	sklon stěn	$h/t > 2$	$1 < h/t < 2$	$0,5 < h/t < 1$
vysoké jezy $s > 5m$	$n \leq 0,5,$ $n_s \leq 0,5$	0,43 - 0,42	0,40 - 0,38	0,36 - 0,35
střední jezy $2 < s < 5 m$	se skloněnou návodní stěnou $n = 1$	0,44	0,42	0,40
	$n = 2$	0,43	0,41	0,39
	se skloněnou vzdušnou stěnou $n_s = 1$	0,42	0,40	0,38 - 0,37
	$n_s = 2$	0,40	0,38	0,36 - 0,35
nízké jezy $s < 2$	se skloněnou návodní stěnou $n = 3$	0,42	0,40	0,38
	$n = 5$	0,40	0,38	0,36
	$n = 10$	0,38	0,36	***
	se skloněnou vzdušnou stěnou $n_s = 3$	0,39	0,37	0,35
	$n_s = 5$	0,375	0,35	***
	$n_s = 10$	0,35	0,35	***

*** - přechází v přepad přes širokou korunu

6.2.7 Proudnicová přelivná plocha

Proudnicová přelivná plocha vznikne přizpůsobením tvaru přepadového tělesa tvaru spodního obrysu volného paprsku přepadu přes ostrou hranu. Rozhodující je vedení v oblasti koruny přelivu a blízko pod ní. **Proudnicové přelivné plochy mají poměrně vysoký součinitel přepadu m .**

Proudnicové plochy se člení (podle způsobu vedení paprsku a z toho vyplývajících tlaků) na přelivné plochy:

- **tlakové** (např. Smetanova);
- **bezpodtlakové** (např. Scimeniho);
- **a podtlakové.**

Pro každou výšku h přepadajícího paprsku vycházejí jiné rozměry proudnicové plochy jezového tělesa, a proto se proudnicová lící plocha navrhuje obvykle pro návrhovou přepadovou výšku rovnou maximální, která má být převedena ($h_n = h_{max}$). Tím vyloučíme nepříjemné podtlaky na přelivné ploše pro všechny průtoky.

Přelivné plochy bezpodtlakové přímo odpovídají spodnímu omezení volného paprsku přepadajícího přes ostrou hranu, takže těleso přelivu k paprsku jen doléhá a paprsek na ně teoreticky netlačí ani se od něho neodlepí. Pro bezpodtlakovou *Scimeniho plochu* při návrhové přepadové výšce dosahuje součinitel přepadu $m_n = 0,51$.

Přelivné plochy podtlakové mají zaoblenou korunu, ale její zaoblení je větší než zakřivení volného paprsku, takže zde vzniká podtlak. Sáním se sice zvyšuje součinitel přepadu m , ale mohou zde nastat pulsace tlaku, které mají vliv na stabilitu konstrukcí. Proto tyto plochy vyžadují při aplikaci důkladný rozbor proudění a musí být ověřeny modelovými zkouškami. Součinitel přepadu dosahuje až velikosti $m = 0,57$.



Přelivné plochy tlakové mírně transformují zákonitý tvar volného přepadového paprsku tak, že paprsek podpírají a tím odstraňují s jistou bezpečností podtlaky za cenu snížení součinitele přepadů. Jako příklad uvedeme *Smetanovu přelivnou plochu*. Pro výpočet přepadového množství platí (6.13) a součinitel přepadu m pro návrhovou výšku je podle Smetany:

$$m = 0,499 ; \quad M = 2,17. \quad (6.17)$$

Při menších přepadajících výškách je vodní paprsek jezovým tělesem "podepřen" a působí na něj tlakem. Přepadový koeficient se poněkud zmenšuje a to podle Smetany na hodnotu:

$$m = 0,499 \left(0,63 + 0,37 \sqrt{\frac{h}{h_n}} \right). \quad (6.18)$$

6.2.8 Některé typy pohyblivých jezů



Součinitel přepadu m pro vybrané typy pohyblivých jezů můžeme uvažovat hodnotou:

- **válcový jez** $m = 0,40$;
- **jezy klapkové** $m = 0,43 \sim 0,45$;
- **sektorové nebo hydrostatické jezy** $m = 0,32 \sim 0,48$ (podle výšky a plynulosti vedení paprsku).

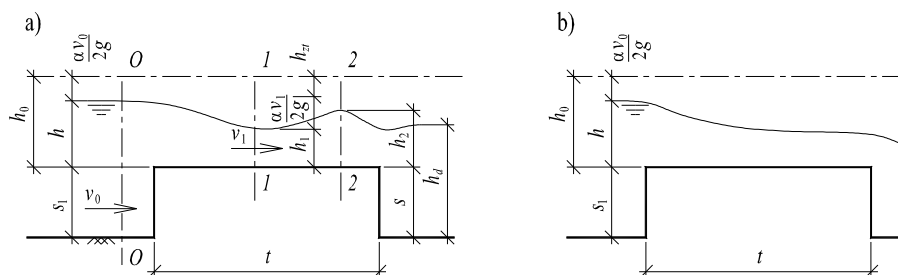
To jsou však pouze hrubé údaje platné pro základní polohu jezů. V podstatě můžeme říci, že jde o různé typy přelivů. Od ostrohranného (např. při vztyčené klapce) až po případ, kdy je paprsek veden plochou konstrukce (např. při sklopené klapce). U sklopených hydrostatických jezů nastává i přepad přes širokou korunu. Často součinitel přepadu pohyblivých jezů určujeme podle obdobných typů přelivů pevných.

6.3 Přepad přes širokou korunu bez bočního zúžení



Přepadem přes širokou korunu nazýváme přepad přes široký práh s vodorovnou korunou, který vystupuje nad dno toku (Obr. 6.11). Tloušťka koruny t musí být taková, že proud přilne k vodorovné koruně a prochází s ní přibližně rovnoběžně. Podle pokusů to nastane přibližně při:

$$t \geq (2 \text{ až } 3) h \quad (6.19)$$



Obr. 6.11 Dokonalý přepad přes širokou korunu



Při dokonalém přepadu přes širokou korunu může mít proud buď tvar podle Obr. 6.11 b nebo se v průřezu "1" nad korunou sníží hladina - Obr. 6.11 a. Při výpočtu vyjdeme z Bernoulliho věty pro průřez "0" před prahem a pro průřez "1" - Obr. 6.11 a. Umístíme-li srovnávací rovinu do roviny koruny přelivu, bude platit:

$$h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = h_1 + \frac{\alpha v_1^2}{2g} + h_z, \quad (6.20)$$



kde h_z jsou ztráty mezi průřezy "0" - "1" a můžeme je vyjádřit:

$$h_z = \sum \xi \frac{v_1^2}{2g}. \quad (6.21)$$

Dosazením (6.21) do (6.20) a označíme-li $h_0 = h + \frac{\alpha v_0^2}{2g}$, obdržíme:

$$h_0 - h_1 = \frac{v_1^2}{2g} (\alpha + \sum \xi),$$

$$v_1 = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \sum \xi}} \sqrt{2g(h_0 - h_1)}.$$

Zlomek vyjadřuje **součinitel rychlosti** $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \sum \xi}}$, tedy:

$$v_1 = \varphi \sqrt{2g(h_0 - h_1)}.$$

Je-li A_1 průtočná plocha v profilu "1", průtok bude:

$$Q = \varphi A_1 \sqrt{2g(h_0 - h_1)}.$$

Pro obdélníkový průřez šířky b pak platí:

$$Q = \varphi b h_1 \sqrt{2g(h_0 - h_1)}. \quad (6.22)$$

Do (6.22) můžeme zavést **zúžení paprsku po výšce**:

$$\varepsilon_1 = \frac{h_1}{h_0}, \quad (6.23)$$

$$Q = \varphi b \varepsilon_1 h_0 \sqrt{2g(h_0 - \varepsilon_1 h_0)} = \varphi \varepsilon_1 \sqrt{1 - \varepsilon_1} b \sqrt{2g} h_0^{3/2}.$$

Označíme-li

$$m = \varphi \varepsilon_1 \sqrt{1 - \varepsilon_1} \quad (6.24)$$

jako součinitel přepadu, výsledný výraz bude:

$$Q = m b \sqrt{2g} h_0^{3/2}. \quad (6.25)$$

Průtok tedy závisí na výšce h_0 a na součiniteli m , tedy vlastně na hloubce h_1 v nejužším místě paprsku. Pokud nebude nejužší místo paprsku zatopeno dolní vodou, nebude m závislé na průběhu hladiny za průřezem "1". Pokusy ukázaly, že:



$$h_1 \approx (0,80 \text{ až } 0,90) h_k,$$

kde h_k je **kritická hloubka** (Kap. 8). Proto zde vznikne vodní skok (Kap. 9), zpravidla vlnovitý, a **jeho druhá vzájemná hloubka** (Kap. 9) bude:

$$h_2 = \varepsilon_2 h_0. \quad (6.26)$$

Pro ε_1 a ε_2 byly odvozeny výrazy:

$$\varepsilon_1 = \frac{2\varphi^2(2\varphi^2 - 1)}{1 + 2\varphi^2(2\varphi^2 - 1)}, \quad \varepsilon_2 = \frac{2\varphi^2}{1 + 2\varphi^2(2\varphi^2 - 1)}, \quad (6.27)$$



a dosazením (6.27) do (6.24) obdržíme:

$$m = \varphi \frac{2 \varphi^3 (2 \varphi^2 - 1)}{[1 + 2 \varphi^2 (2 \varphi^2 - 1)]^{3/2}}.$$

Můžeme tedy na základě φ vyjádřit součinitele přepadu m a hloubky h_1 a h_2 . Pro ideální kapalinu by bylo $\varphi = 1$ a tedy $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2/3$, $m = \frac{2}{3^{3/2}} = 0,385$. Jen v tomto případě by pak nad korunou byl pohyb kritický s hloubkou h_k .

Protože ztráta vzniká především při vstupu na práh, součinitel přepadu m a součinitel zúžení paprsku po výšce ε_1 závisí hlavně na tvaru tohoto vstupu, jak ukazuje Tab. 6.7.

Tab. 6.7 Přepadové součinitele široké koruny

Tvar přepadového prahu	φ	m	M	ε_1	ε_2
přepad bez ztrát (abstraktní případ)	1,000	0,385	1,70	0,670	0,670
vtoková část prahu dobře zaoblena, přítok k přepadu velmi plynule vytvořen	0,951	0,36	1,60	0,600	0,730
práh se zaoblenou vtokovou hranou	0,936	0,35	1,55	0,570	0,760
práh se zkosenou vtokovou hranou	0,912	0,33	1,46	0,530	0,790
práh s ostrohranným vtokem	0,900	0,32	1,42	0,510	0,805
práh s ostrohranným vtokem při nepříznivých poměrech (drsný povrch)	0,881	0,30	1,33	0,465	0,830



Vliv dolní vody, tj. **nedokonalý přepad přes širokou korunu** (Obr. 6.12) nastává tehdy, když hladina vody za přelivem přestoupí úroveň h_2 (6.26) nad korunou, tj. jestliže platí:

$$h_z = h_d - s > \varepsilon_2 h_0, \quad (6.28)$$

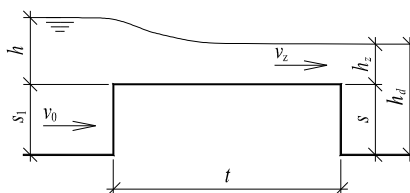
kde ε_2 závisí na tvaru prahu (Tab. 6.7). Bernoulliho rovnice bude pro profil před přelivem a zatopený profil nad přelivem - při zatopení $h_z = h_d - s$ (Obr. 6.12):

$$h_0 = h_z + \frac{\alpha v_z^2}{2g} + \sum \xi \frac{v_z^2}{2g},$$

$$v_z = \varphi \sqrt{2g(h_0 - h_z)}.$$

Průtok obdélníkovým průřez šířky b bude při nedokonalém přepadu přes širokou korunu:

$$Q = \varphi b h_z \sqrt{2g(h_0 - h_z)}. \quad (6.29)$$



Obr. 6.12 Nedokonalý přepad přes širokou korunu

Př. 6.1

V obdélníkovém žlabu šířky $b = 1,8$ m přepadá voda přes Bazinův přeliv podle Obr. 6.13. Výška přepadového paprsku je $h = 0,6$ m, tloušťka přelivné stěny je $t = 0,02$ m, výška přelivu nade dnem přívodního koryta $s_1 = 0,8$ m, výška přelivu nade dnem odpadního koryta $s = 1,1$ m. Stanovte přepadové množství Q , pro případ, kdy:

a) $h_{da} = 0,7$ m;

b) $h_{db} = 1,3$ m.

$h = 0,60$ m;

$s_1 = 0,80$ m;

$s = 1,10$ m;

$b = 1,80$ m;

$g = 9,81$ m/s²;

a) $h_{da} = 0,70$ m;

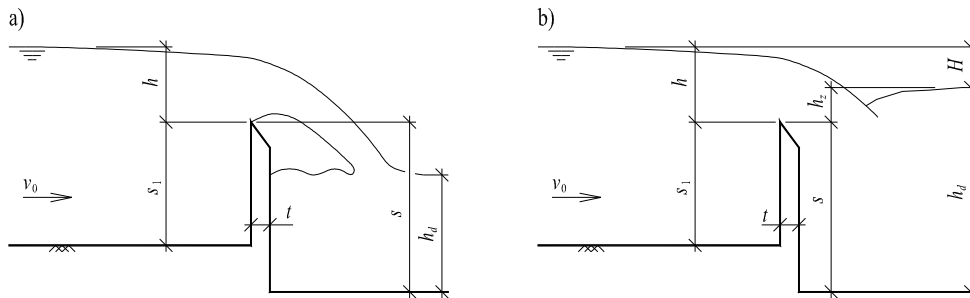
$Q_a = ?$ m³/s;

b) $h_{db} = 1,30$ m;

$H_b = 0,40$ m;

$h_{zb} = 0,20$ m;

$Q_b = ?$ m³/s;



Obr. 6.13

Řešení:

1. jedná se o Bazinův přeliv (přeliv bez boční kontrakce);

2. a) jedná se o dokonalý přepad ($h_{da} < s$);

b) může se jednat o nedokonalý přepad ($h_{db} > s$) - podmínky (6.6):

1) $h_{db} = 1,30$ m $>$ $s = 1,10$ m; \wedge

\wedge 2) $\frac{H_b}{s} = 0,364 < \left(\frac{H}{s}\right)_* = 0,72$ | pro $\frac{h}{s} = 0,545$ - Tab. 6.1 ;

v případě b) se jedná o nedokonalý přepad, protože jsou splněny podmínky pro vznik nedokonalého přepadu;

3. meze platnosti pro součinitel přepadu jsou splněny:

$0,1$ m $<$ $h = 0,5$ m $<$ $1,24$ m;

$0,2$ m $<$ $b = 1,8$ m $<$ $2,0$ m;

$0,2$ m $<$ $s_1 = 0,8$ m $<$ $2,0$ m;

součinitel přepadu podle Bazina (6.4) je:

$$m = \left(0,405 + \frac{0,003}{h}\right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{h}{h + s_1}\right)^2\right];$$

$$m = \left(0,405 + \frac{0,003}{0,6}\right) \left[1 + 0,55 \left(\frac{0,6}{0,6 + 0,8}\right)^2\right] = 0,451;$$

4. a) jedná se o **dokonalý** přepad bez bočního zúžení, s vodorovnou svislou přelivnou plochou;

b) jedná se o **nedokonalý** přepad bez bočního zúžení, s vodorovnou svislou přelivnou plochou a součinitel zatopení (6.8):

$$\sigma_{zb} = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{h_{zb}}{s}\right) \sqrt[3]{\frac{H_b}{h}} = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{0,20}{1,10}\right) \sqrt[3]{\frac{0,40}{0,60}};$$

$$\sigma_{zb} = 0,951;$$

5. a) přepadové množství se vypočítá podle rovnice (6.3):

$$Q_a = m b \sqrt{2g} h^{3/2} = 0,451 * 1,8 \sqrt{2 * 9,81} 0,6^{3/2} = 1,671 \text{ m}^3/\text{s};$$

b) přepadové množství se vypočítá podle rovnice (6.7):

$$Q_b = \sigma_z m b \sqrt{2g} h^{3/2} = 0,951 * 0,468 * 1,5 \sqrt{2 * 9,81} 0,6^{3/2} = 1,589 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Přes přeliv přepadá v případě: a) - **dokonalý přepad:** $Q_a = 1,671 \text{ m}^3/\text{s}$;
b) - **nedokonalý přepad:** $Q_b = 1,589 \text{ m}^3/\text{s}$.



Př. 6.2

V obdélníkovém korytě je práh (Obr. 6.11 a) se o výšce $s_1 = s = 1 \text{ m}$, šířka prahu je $t = 3 \text{ m}$. Práh má zaoblenou vstupní hranu. Přepadová výška je $h = 1,0 \text{ m}$, šířka koryta před jezem $B = 10 \text{ m}$ je stejná jako šířka přelivu $b = 10 \text{ m}$. Vypočítejte průtok Q , je-li hladina vody v korytě $h_d = 1,2 \text{ m}$.

$$s_1 = s = 1,0 \text{ m};$$

$$A_0 = (h + s_1) B;$$

$$t = 3,0 \text{ m};$$

$$A_0 = ((1,0 + 1,0) * 10,0) \text{ m}^2;$$

$$B = b = 10,0 \text{ m};$$

$$A_0 = 20,0 \text{ m}^2;$$

$$h = 1,0 \text{ m};$$

$$h_d = 1,2 \text{ m};$$

$$\alpha = 1,1;$$

$$Q = ? \text{ m}^3/\text{s};$$

Řešení:

- $t \geq (2 \text{ až } 3) h \Rightarrow$ jedná se přepad přes širokou korunu;
- může se jednat o nedokonalý přepad ($h_d > s$);
- určení součinitelů pro přepad přes širokou korunu:

Tab. 6.7

$$\Rightarrow m = 0,35, \quad \epsilon_1 = 0,570, \quad \epsilon_2 = 0,760, \quad \varphi = 0,936;$$

protože přepadové množství přes širokou korunu je funkcí přítokové rychlosti, která není předem známa a přítoková rychlost je vlastně funkcí hledaného přepadového množství, je vhodné použít iteračního postupu, tedy postupu postupného přibližování do chyby velikosti $|Q_{i+1} - Q_i| < 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$. V každé iteraci je nutno dále zjišťovat, jedná-li se o přepad dokonalý nebo nedokonalý:

1. iterace: v první iteraci předběžně spočítáme výtokové množství bez uvažování přítokové rychlosti v_0 , kterou předem neznáme:

$$1.1. v_0^{(1)} = 0 \text{ m/s} \Rightarrow h_0^{(1)} = h + \frac{\alpha (v_0^{(1)})^2}{2g} = h = 1,0 \text{ m};$$

$$1.2. \text{ druhá vzájemná hloubka: } h_2^{(1)} = \epsilon_2 h_0^{(1)} = 0,76 \text{ m};$$

$$1.3. \text{ podm. nedok. přepadu: } h_z = h_d - s > \epsilon_2 h_0;$$

$$h_z = 0,2 \text{ m} < \epsilon_2 h_0^{(1)} = 0,76 \text{ m} \Rightarrow \text{DOK.};$$

- 1.4. jedná se o **dokonalý přepad**, pro průtok platí:

$$Q^{(1)} = m b \sqrt{2g} (h_0^{(1)})^{3/2} = 15,503 \text{ m}^3/\text{s};$$

2. *iterace*: výpočet provedeme s opravenou přítokovou rychlostí, kterou obdržíme z celkového průtoku z první iterace a průtočné plochy v přívodním obdélníkovém korytě:

$$2.1. \quad v_0^{(2)} = \frac{Q^{(1)}}{A_0} = 0,775 \text{ m/s} \Rightarrow h_0^{(2)} = h + \frac{\alpha(v_0^{(2)})^2}{2g} = 1,034 \text{ m};$$

$$2.2. \quad \text{druhá vzájemná hloubka: } h_2^{(2)} = \varepsilon_2 h_0^{(2)} = 0,788 \text{ m};$$

$$2.3. \quad \text{podm. nedok. přepadu: } h_z < \varepsilon_2 h_0^{(2)} \Rightarrow \text{DOK.};$$

2.4. jedná se o **dokonalý přepad**, pro průtok platí:

$$Q^{(2)} = mb\sqrt{2g} (h_0^{(2)})^{3/2} = 16,293 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$|Q^{(2)} - Q^{(1)}| = 0,790 > 0,01 \text{ m}^3/\text{s};$$

3. *iterace*: jelikož rozdíl mezi 1. a 2. iterací není požadovaný, výpočet pokračuje:

$$3.1. \quad v_0^{(3)} = \frac{Q^{(2)}}{A_0} = 0,815 \text{ m/s} \Rightarrow h_0^{(3)} = 1,034 \text{ m};$$

$$3.2. \quad \text{druhá vzájemná hloubka: } h_2^{(3)} = \varepsilon_2 h_0^{(3)} = 0,788 \text{ m};$$

$$3.3. \quad \text{podm. nedok. přepadu: } h_z < \varepsilon_2 h_0^{(3)} \Rightarrow \text{DOK.};$$

3.4. jedná se o **dokonalý přepad**, pro průtok platí:

$$Q^{(3)} = mb\sqrt{2g} (h_0^{(3)})^{3/2} = 16,376 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$|Q^{(3)} - Q^{(2)}| = 0,083 > 0,01 \text{ m}^3/\text{s};$$

4. *iterace* jelikož rozdíl mezi 2. a 3. iterací není požadovaný, výpočet pokračuje:

$$4.1. \quad v_0^{(4)} = \frac{Q^{(3)}}{A_0} = 0,819 \text{ m/s} \Rightarrow h_0^{(4)} = 1,038 \text{ m};$$

$$4.2. \quad \text{druhá vzájemná hloubka: } h_2^{(4)} = \varepsilon_2 h_0^{(4)} = 0,789 \text{ m};$$

$$4.3. \quad \text{podm. nedok. přepadu: } h_z < \varepsilon_2 h_0^{(4)} \Rightarrow \text{DOK.};$$

4.4. jedná se o **dokonalý přepad**, pro průtok platí:

$$Q^{(4)} = mb\sqrt{2g} (h_0^{(4)})^{3/2} = 16,385 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$|Q^{(4)} - Q^{(3)}| = 0,009 < 0,01 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Přepadové množství je $Q = 16,385 \text{ m}^3/\text{s}$.

Kontrolní otázky

- *Jaký je rozdíl mezi přelivem a přepadem?*
- *Jakých hodnot nabývá součinitel přepadu a na čem závisí?*
- *Jaké znáte typy přelivů?*
- *Co vyjadřuje součinitel zatopení?*



7 Ustálené tlakové proudění vody v potrubí



Pohybem vody v tlakovém potrubí jsme se již částečně zabývali. Vysvětlili jsme pojmy tlakové čáry a čáry energie (Obr. 4.3). Nyní tyto poznatky rozšíříme o výpočet ztrát, které vznikají při pohybu vody v potrubí. Potrubím rozumíme zařízení, kterým se dopravují kapaliny. Potrubí rozdělujeme podle různých hledisek:

- **podle materiálu**, z kterého je potrubí (ocelové, litinové, betonové, kameninové, skleněné, azbestocementové, plastové, z gumotextilií, ...);
- **podle tvaru příčného průřezu** - kruhové, eliptické, podkovovité, vejcovité, obdélníkové, ...;
- **podle konstrukčního hlediska**:
 - *jednoduché potrubí*, které dopravuje kapalinu jedinou trubní větví konstantního průměru;
 - *složené potrubí*, které má proměnný průměr nebo se rozvětvílo, aby umožnilo dopravu na několik míst spotřeby (vodovodní potrubí) nebo se k němu naopak připojují další potrubí, které přivádí kapalinu od jiných zdrojů;
- **podle hydraulického hlediska**:
 - *tlakové potrubí* (vodovodní potrubí, tlakové přivaděče, závlahové potrubí, ...);
 - *potrubí s volnou hladinou* (kanalizační stoky, drenážní potrubí, beztlakové přivaděče a odpady, ...), která se hydraulicky nikterak neliší od otevřených koryt, a proto i jejich výpočet bude stejný (Kap. 8).



V praxi používáme nejčastěji potrubí kruhového průřezu, protože je hydraulicky nejvýhodnější, dobře odolává vnitřnímu přetlaku a i po stránce výrobní je jednoduché. Proto se budeme zabývat hlavně potrubím s kruhovým průřezem, avšak úvahy lze aplikovat i na potrubí libovolného tvaru.

7.1 Hydraulické odpory



Určení ztrát energie při ustáleném pohybu kapaliny patří k základním otázkám hydrauliky. V podstatě rozeznáváme dva druhy těchto odporů (ztrát).

Ztráta třením vzniká v celé délce proudu třením mezi jednotlivými vrstvami vazké kapaliny a třením kapaliny o pevné stěny vedení proudu. **Ztráta třením je tedy úměrná délce proudu.**

Místní ztráty vznikají deformací rychlostního pole (rozložení vektoru bodové rychlosti ve vedení), tedy např. rozšířením nebo zúžením proudu. Při proudění kapaliny takovými místy vznikne hlavní proud, jehož vymezení od ostatní kapaliny bývá často nestabilní. Stykem se sousedními pomalejšími částicemi vzniká snadno vírová plocha. Vazkostí a deformací proudu se pohyb vzniklých vírů brzdí a část mechanické energie přechází v jinou. Tato disipace části mechanické energie je vlastní podstatou místních ztrát, ačkoliv zde samozřejmě přistupuje i tření.



Ztráty můžeme vyjádřit z Bernoulliho rovnice v proudu skutečné kapaliny (4.23), po úpravě pak:

$$h_z = \left(h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} \right). \quad (7.1)$$



Celkovou ztrátu h_z dostaneme složením jednotlivých ztrát, jež se provede sečtením. Dopouštíme se tím však jisté nepřesnosti, poněvadž změna proudění způsobená místním odporem v jednom místě může ovlivnit velikost místních odporů v dalším úseku. Bude tedy přibližně platit:

$$h_z = \sum h_t + \sum h_m, \quad (7.2)$$

kde $\sum h_t$ je součet všech ztrát třením na uvažovaném úseku a $\sum h_m$ součet všech ztrát místních. Velikost ztrát se určuje měřením, a to za ustáleného pohybu z (7.1) změřením rozdílů geodetických výšek $(h_2 - h_1)$, tlakových (piezometrických) výšek $\left(\frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)$ a rychlostních výšek $\left(\frac{\alpha v_1^2 - \alpha v_2^2}{2g}\right)$ na začátku a konci příslušného úseku. Na vodorovném potrubí stálého průřezu bude ztrátová výška dána rozdílem tlakových výšek ($v_1 = v_2$ a $h_1 = h_2$):

$$h_z = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}. \quad (7.3)$$

Ztráta třením a místní ztráta se obvykle vyjadřují jako část rychlostní výšky ve tvaru:

$$h_z = \kappa \frac{v^2}{2g}, \quad (7.4)$$

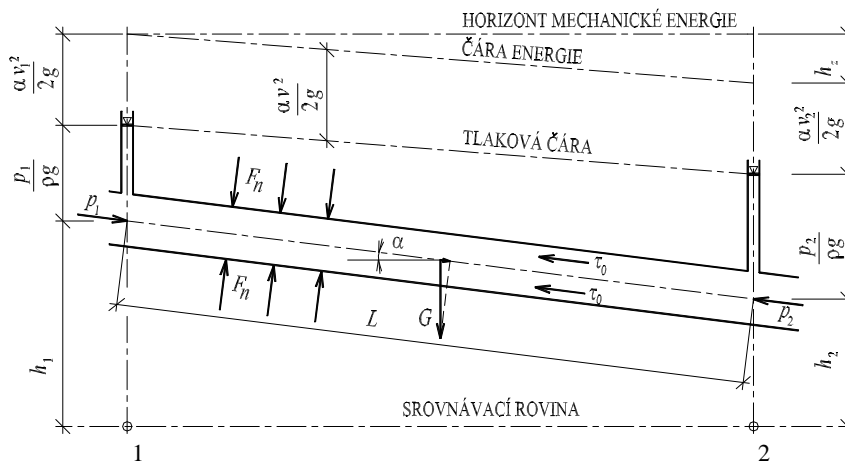
kde κ je součinitel příslušné ztráty.

7.2 Základní rovnice pro rovnoměrný pohyb kapalin

Uvažujme tlakové potrubí konstantního průtočného průřezu A , v němž proudí rovnoměrně voda. Připojíme-li v profilech "1" a "2" piezometry (svislé tlakové trubky), ustálí se v nich hladina ve výši $\frac{p_1}{\rho g}$ a $\frac{p_2}{\rho g}$, udávající tlakové výšky v příslušných profilech. Výšky osy potrubí nad zvolenou srovnávací rovinou jsou h_1 a h_2 . Protože průřez potrubí je konstantní, je průřezová rychlost v také konstantní. Kdyby proudění bylo beze ztrát, bylo by podle Bernoulliho rovnice:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v^2}{2g},$$

z čehož plyne, že by hladiny v obou piezometrech byly v téže vodorovné rovině. Ve skutečnosti vzniká ztráta h_z . Proto čáry tlaku a energie ve směru proudění klesají - energie ubývá, část mechanické energie se přeměňuje v jiné formy energie (např. teplo).



Obr. 7.1 Rovnoměrný pohyb kapalin





Vyjmeme z proudu kapaliny při rovnoměrném proudění s průměrnou rychlostí $v = \text{konst.}$ výsek proudu o délce L mezi průřezy "1" a "2" (Obr. 7.1). Působící síly musí být při rovnoměrném pohybu v rovnováze. Působení okolní kapaliny nahradíme **tlakovými silami na čelní plochy**:

$$P_1 = p_1 A_1; \quad P_2 = p_2 A_2. \quad (7.5)$$

Dále na tento výsek proudu působí **vlastní tíha** $G = \rho g A L$. Průmět tíhy do osy proudu je:

$$G \sin \alpha = \rho g A L \sin \alpha = \rho g A (h_1 - h_2); \quad (7.6)$$

a **odpor třením** na stěnách potrubí:

$$T = L O \tau_0, \quad (7.7)$$

kde O je **omočený obvod** průtočného průřezu a τ_0 **smykové napětí** působící po ploše na styku kapaliny a vedení. Omočeným obvodem průtočného průřezu rozumíme délku styku kapaliny s tuhými stěnami - v případě tlakového potrubí je omočený obvod roven obvodu potrubí.

Na proud ještě působí silový účinek stěn omezujících proud F_n , tyto síly jsou však kolmé k ose proudu, takže jejich průmět bude do směru pohybu nulový.

Působící síly jsou v rovnováze při rovnoměrném pohybu a podmínka rovnováhy sil působících na výsek proudu ve směru osy potrubí je:

$$P_1 - P_2 + G \sin \alpha - T = 0. \quad (7.8)$$

Dosadíme-li do (7.8) rovnice (7.5) až (7.7), obdržíme:

$$A p_1 - A p_2 + \rho g A (h_1 - h_2) - L O \tau_0 = 0.$$

Vydělením hustotou, tíhovým zrychlením a průtočnou plochou obdržíme:

$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + h_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + h_2 \right) - L \frac{O}{A} \frac{\tau_0}{\rho g} = 0. \quad (7.9)$$

Zavedením **hydraulického poloměru** R , který je definován jako poměr *průtočného průřezu a omočeného obvodu*:

$$R = \frac{A}{O}, \quad (7.10)$$

nabude (7.9) po úpravě tvaru:

$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + h_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + h_2 \right) = \frac{\tau_0}{\rho g} \frac{L}{R}. \quad (7.11)$$

Protože při rovnoměrném proudění je $v_1 = v_2$, vyjadřuje levá strana podle rovnice (7.1) ztrátu h_z . Tuto ztrátu charakterizujeme poměrnou hodnotou příslušející jednotce délky:

$$i = \frac{h_z}{L}, \quad (7.12)$$

kde i je **hydraulický sklon (sklon čáry energie)** potřebný k překonání odporů. Obdržíme tedy:

$$h_z = \frac{\tau_0}{\rho g} \frac{L}{R};$$

$$\tau_0 = \rho g R \frac{h_z}{L} = \rho g R i . \quad (7.13)$$



Tím jsme obdrželi obecně platnou závislost pro rovnoměrný pohyb kapaliny, a to jak pro tlakové proudění v potrubích tak i pro otevřená koryta při proudění s volnou hladinou. Upravme dále (7.13) dělením hustotou ρ :

$$\frac{\tau_0}{\rho} = g R i .$$

Tato veličina má rozměr čtverce rychlosti, a platí:

$$\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{g R i} = v_* , \quad (7.14)$$

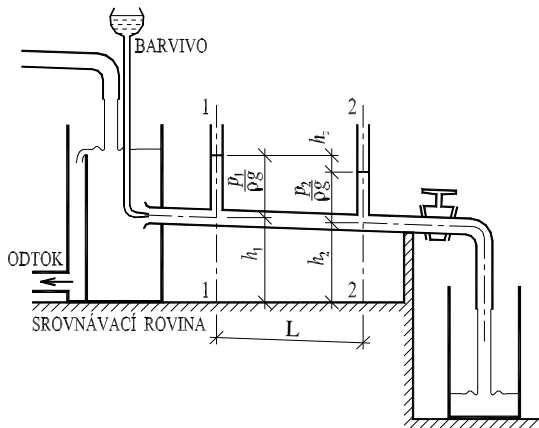
kde v_* se nazývá třecí rychlost a charakterizuje ztrátu třením vyjádřenou v jednotkách rychlosti.

7.3 Laminární a turbulentní proudění

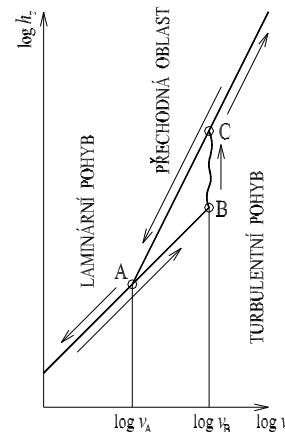
Odpory při proudění vazkých tekutin jsou podstatně ovlivněny strukturou pohybu jednotlivých částic. Reynolds experimentálně prokázal, že existují dva režimy pohybu:

- **laminární** (neboli vrstevnaté, z lat. lamina = vrstva);
- **turbulentní** (čili vířivé, z lat. turbulentus = nespořádaný).

Při laminárním režimu proudění jednotlivé částice procházejí v drahách souběžných a mezi sebou se nemísí. Turbulentní režim proudění se vyznačuje nepravidelnou pulsační složkou rychlosti a tlaku kolem jejich střední hodnoty. Částice se navzájem mísí. To nám znázorňuje známý pokus provedený Reynoldsem v roce 1883 (Obr. 7.2).



Obr. 7.2 Reynoldsův pokus



Obr. 7.3 Závislost ztráty třením na rychlosti

Reynolds prováděl pokusy s rovnoměrným prouděním vody v potrubí (Obr. 7.2) a sledoval rozdíly hladin v piezometrech. Z tohoto pokusu je možné určit ztrátu třením h_z ve vodorovné trubici na dráze L úbytkem tlakové výšky v piezometrech:

$$h_z = i L$$

a její závislost na rychlosti, která je udávána ve tvaru:





$$h_z = a v^m .$$

Logaritmováním obdržíme závislost, která je přímková (Obr. 7.3):

$$\log h_z = \log a + m \log v .$$

Ukazuje se, že při laminárním pohybu rostou ztráty za postupného zvyšování rychlosti podle přímky o směrnici $m = 1$, tedy v laminárním režimu platí:

$$h_z = a v .$$

Při překročení rychlosti v_B velikost ztráty náhle roste, takže se při téměř stejné rychlosti dostaneme skokem do bodu C . Při dalším zvyšování rychlosti pak rostou ztráty podle přímky se směrnicí $m > 1$. Při snižování rychlosti se skok v tomto místě (bod B) neobjeví a ztráty klesají až do zlomu v bodě A .

Laminárnímu režimu tedy odpovídá část grafu nalevo od bodu A (grafu na Obr. 7.3). Turbulentní režim je dán částí grafu napravo od bodu C . Exponent m má v turbulentní režimu hodnotu $m = 1,75$ až $2,0$. Nejčastěji nabývá hodnoty $m = 2$, a proto hovoříme o **kvadratickém pásmu odporů**:

$$h_z \approx a v^2 .$$

Mezi body ABC se nachází **přechodná oblast**. V této oblasti může být pohyb laminární i turbulentní, laminární režim však zde může při jakémkoliv vnějším popudu přejít okamžitě v turbulentní. Pro přechod režimů proudění je tedy rozhodující bod A .

Toto rozmezí můžeme charakterizovat rychlostí v , průměrem trubice D a kinematickou viskozitou kapaliny ν , které vzájemně tvoří bezrozměrnou veličinu - Reynoldsovo kritérium:

$$\text{Re} = \frac{v D}{\nu} .$$

Průměr trubice D můžeme obecněji vyjádřit pomocí charakteristického délkového rozměru proudu. U otevřených koryt jako charakteristický rozměr proudu uvažujeme hydraulický poloměr (7.10), pak:

$$\text{Re}_R = \frac{v R}{\nu} ,$$

a protože pro kruhový průtočný průřez je:

$$R = \frac{A}{O} = \frac{\pi D^2}{4 \pi D} = \frac{D}{4} ,$$

znamená to, že:

$$\text{Re}_R = \frac{\text{Re}}{4} .$$

Hranici A odpovídá podle pokusů pro všechny tekutiny stálá hodnota Reynoldsova kritéria, kterou můžeme označit jako kritickou hodnotu v kruhovém potrubí:

$$\text{Re} \approx 2320 .$$

Při menší hodnotě Reynoldsova kritéria $Re < 2320$ bude zajištěn laminární režim proudění.



Horní rozmezí (bod C) již není tak určité, závisí na intenzitě stupňování rychlosti i na případném usměrňování proudění. V obvyklých podmínkách se při plynule pozvolném stupňování rychlosti uchoval laminární režim až do $Re \approx 13\,800$. Při větší hodnotě Re můžeme uvažovat, že se jedná o režim turbulentní, poněvadž jen mimořádně byl udržen nestabilní laminární režim proudění až do hodnoty asi $Re = 10^4$ až 10^5 .

Pro otevřená koryta bude zaručen laminární režim proudění do hodnoty Reynoldsova kritéria Re :

$$Re_R \approx \frac{2\,320}{4} = 580 .$$

V mezích $Re_R = 580 \sim 3\,450$ bude přechodná oblast a turbulentní pohyb můžeme uvažovat při $Re_R > 3\,450$.

Podmínky pro laminární pohyb jsou splněny za malých rychlostí v malých průtočných průřezích nebo u silně vazkých kapalin.

7.4 Ztráty třením

Výsledky měření ukazují, že hydraulický sklon i je u turbulentního proudění zhruba úměrný kvadrátu průřezové rychlosti. Zapišme tuto úměru ve tvaru:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_0}{\rho g} &= R i = \frac{1}{C^2} v^2; & i &= \frac{h_z}{L}; \\ v &= C \sqrt{R i}; & Q &= A v = A C \sqrt{R i}, \end{aligned} \quad (7.15)$$

kde C je rychlostní součinitel. Rovnice (7.15) je základní rovnice, která udává závislost mezi rychlostí rovnoměrného proudění a hydraulickým sklonem i . Tato rovnice byla původně odvozena pro otevřená koryta Chézým v roce 1775 a nazývá se podle autora Chézyho rovnice.

Pro kruhové potrubí o poloměru r a průměru D hydraulický poloměr nabývá tvaru:

$$R = \frac{A}{O} = \frac{\pi r^2}{2 \pi r} = \frac{r}{2} = \frac{D}{4}. \quad (7.16)$$

Úpravou (7.15) obdržíme:

$$i = \frac{4}{C^2} \frac{1}{D} v^2.$$

Zavedeme-li označení:

$$\frac{4}{C^2} = \frac{\lambda}{2g}, \quad (7.17)$$

vyjádříme hydraulický sklon i a ztrátu h_z ve vztahu k rychlostní výšce $\frac{v^2}{2g}$ a součinitel λ jako bezrozměrné číslo. Pak obdržíme Darcy-Weisbachovu závislost:





$$i = \lambda \frac{1}{D} \frac{v^2}{2g}; \quad h_z = i L = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}, \quad (7.18)$$

což je základní vztah pro výpočet ztráty třením v potrubí při rovnoměrném proudění vody.

7.4.1 Součinitel tření



Součinitel tření (**odporový součinitel**) λ , závisí v podstatě na drsnosti potrubí, jeho průměru a hodnotě Reynoldsova kritéria (tedy na průřezové rychlosti, průměru potrubí a viskozitě kapaliny). Vyjdeme-li od nejmenších rychlostí, můžeme vymezit pro součinitele tření λ několik oblastí s různými zákonitostmi:



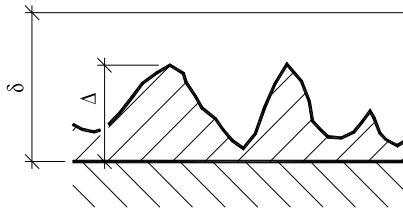
1. **laminární režim proudění**, kde λ závisí pouze na hodnotě Reynoldsova kritéria ($\lambda = f(\text{Re})$):

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}, \quad (7.19)$$

což je v logaritmické soustavě znázorněno přímkou;



2. **oblast přechodu** mezi koncem laminárního proudění a plně vyvinutým turbulentním prouděním;



Obr. 7.4 Drsnost stěn Δ a mezní vrstva δ u stěny potrubí



3. **turbulentní proudění**

hydraulicky hladké potrubí v turbulentním režimu, kde λ závisí jen ještě na hodnotě Reynoldsova kritéria $\lambda = f(\text{Re})$. Víry, které vznikají u výstupků v hydraulicky hladkých potrubích, zůstávají při stěně uvnitř mezní vrstvy a neodtrhávají se od ní a tím nezvětšují turbulenci proudění. Tyto víry proto nemají vliv na odpory v potrubí. Jedná se tedy o případ, kdy turbulentní proudění má mezní vrstvu několikanásobně tlustší (Obr. 7.4), než je výška výstupků stěn. Potrubí považujeme za hydraulicky hladké, pokud platí:

$$\delta > 5 \Delta, \quad \text{kde} \quad \delta = \frac{11,8v}{\sqrt{g Ri}} = \frac{11,8\mu}{\rho\sqrt{g Ri}} = \frac{23,6v}{\sqrt{g Di}} = \frac{23,6\mu}{\rho\sqrt{g Di}}, \quad (7.20)$$

kde δ je tloušťka mezní vrstvy, Δ drsnost (Obr. 7.4), v kinematická viskozita, μ dynamická viskozita, g tíhové zrychlení, R hydraulický poloměr, D průměr potrubí, ρ hustota a i sklon čáry energie. Mezní vrstva se skládá z laminární podvrstvy a z přechodné oblasti. Tloušťka mezní vrstvy δ se se zmenšováním rychlosti zvětšuje. Výrazy pro určení součinitele tření λ jsou:

$$\text{- podle Blasiusa:} \quad \lambda = \frac{0,3164}{\text{Re}^{0,25}}; \quad (7.21)$$

- podle Prandtlova-Kármánova výrazu:
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{\text{Re} \sqrt{\lambda}}{2,51}; \quad (7.22)$$

přechodná oblast ztrát třením v turbulentním režimu, kde na λ má vliv Re i relativní drsnost $\frac{\Delta}{D}$ - $\lambda = f(\text{Re}, \frac{\Delta}{D})$, kde D je průměr potrubí.



kvadratická oblast ztrát třením v turbulentním režimu s plně vyvinutým turbulentním pohybem u hydraulicky drsných potrubí (potrubí u kterých se neuplatní mezní vrstva) V této oblasti odpadá závislost λ na Re a součinitel tření λ závisí jen na relativní drsnosti $\lambda = f(\frac{\Delta}{D})$. Pro λ platí Nikuradsův vztah:



$$\lambda = \frac{0,25}{\left(\log \frac{3,7 D}{\Delta}\right)^2}. \quad (7.23)$$

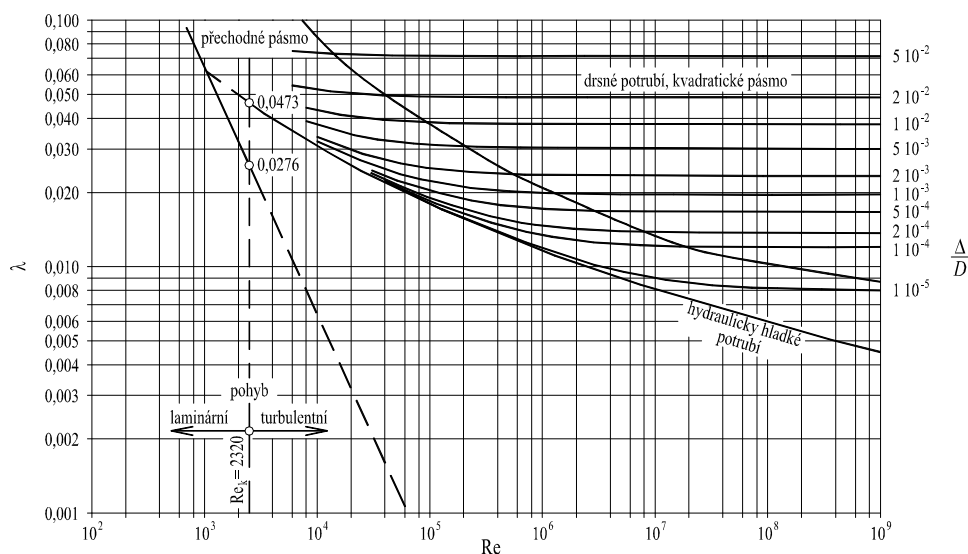
proudění je v kvadratické oblasti ztrát třením při $\text{Re} > \frac{191 D}{\sqrt{\lambda} \Delta}$.

V celé oblasti turbulentního proudění platí pro technická potrubí **Colebrook-Whiteova rovnice**:



$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3,7 D} \right), \quad (7.24)$$

kde Δ je absolutní drsnost stěn (Tab. 7.1) a Re hodnota Reynoldsova kritéria. Při velké hodnotě Re ($\text{Re} \rightarrow \infty$) přejde tento výraz v Nikuradseovu rovnici (7.23), zatímco při malých hodnotách Re bude první člen v závorce podstatně převyšovat druhou část, takže se výsledná hodnota přiblíží Prandtlovo-Kármánovu výrazu (7.22). Grafické znázornění Colebrook-Whiteovy rovnice představuje Moodyho diagram (Obr. 7.5), který umožňuje pro hodnoty Re a pro poměr $\frac{\Delta}{D}$ určit velikost součinitele tření λ .



Obr. 7.5 Moodyho diagram pro určení součinitele tření λ v závislosti na hodnotě Reynoldsova kritéria a Re a relativní drsnosti $\frac{\Delta}{D}$

Tab. 7.1 Orientační hodnoty drsnosti stěn Δ pro potrubí

materiál potrubí a druh potrubí	stav potrubí	Δ [mm]
tažené ze skla, mědi mosazi, hliníku, plastických hmot	technicky hladké	až 0,0015
ocelové svařované, běžná jakost	nové	0,05 až 0,10
	vyčištěné po delším používání	0,15 až 0,20
	mírně zrezivělé, lehce inkrustované	až 0,40
	silně inkrustované	až 3
nýtované ocelové		1 až 5 (i 10)
litinové	uvnitř asfaltované	0,125
	nové	0,25 až 1,00
	zrezivělé	1,00 až 1,50
	inkrustované	1,50 až 3,00
galvanicky pokovené ocelové		0,15
dřevěné		0,20 až 1,00
betonové	hlazené	0,3 až 0,8
	drsňé	1,0 až 3,0
azbestocementové (eternitové)		0,10

7.4.2 Rychlostní součinitel C



V Kap. 7.4 jsme poznali, že k výpočtu rovnoměrného proudění v potrubí můžeme také použít Chézyho rovnici (7.15). Rychlostní součinitel charakterizuje vliv drsnosti stěn potrubí nebo koryta, tvar průtočného průřezu a výjimečně i sklon. Pro výpočet rychlostního součinitele C byla odvozena řada empirických výrazů. Uvádíme pouze výpočet podle Pavlovského a Manninga:

$$\text{- podle Pavlovského: } C = \frac{1}{n} R^y, \quad y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0,1); \quad (7.25)$$

$$\text{- dle Manninga: } C = \frac{1}{n} R^{1/6}; \quad (7.26)$$

kde n je **drsnostní součinitel** (Tab. 7.2) a R je hydraulický poloměr (7.10). Manningův výraz je vlastně zvláštním případem vzorce Pavlovského ($y \approx 1/6$).

Tab. 7.2 Drsnostní součinitel n pro potrubí

Druh omočeného obvodu	n
úplně hladké povrchy (smaltované, glazurované, sklo, měď, mosaz, olovo)	0,009
dobře ohoblované desky, dobrá cementová omítka, novodur, PVC, gumové hadice	0,010
nové keramické, litinové a kovové potrubí (dobře uložené a spojené)	0,011
vodovodní potrubí (normální stav, bez zřejmé inkrustace), čisté stokové potrubí	0,012
běžné stokové potrubí, málo znečištěné vodovodní potrubí	0,013
znečištěné vodovodní a stokové potrubí	0,014
velmi znečištěné stoky	0,015



Všechny základní hodnoty pro výpočet kruhového potrubí jsou závislé na D a n :

$$C = \frac{1}{n} \left(\frac{D}{4} \right)^y.$$

Ztrátu můžeme pak vyjádřit z výrazu (7.15) pro průtok:

$$Q = A C \sqrt{R i},$$

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} \frac{1}{n} \left(\frac{D}{4}\right)^y \sqrt{\frac{D}{4} \frac{h_z}{L}}, \quad (7.27)$$

odtud obdržíme po úpravě:

$$h_z = 64 \frac{4^{2y} n^2}{\pi^2 D^{2y}} \frac{1}{D^5} L Q^2; \quad (7.28)$$

$$h_z = \frac{1}{K^2} L Q^2 = A L Q^2; \quad K = A C \sqrt{R}; \quad A = \frac{1}{K^2}, \quad (7.29)$$

kde K je modul průtoků a A ztrátový modul (Tab. 7.3). Modul průtoků (průtoková charakteristika) je vlastně průtok při jednotkovém hydraulickém sklonu $i = 1$.

Tab. 7.3 Hodnoty ztrátového modulu A [s^2/m^6] pro výpočet kruhového litinového potrubí ($n = 0,012$)

průměr D [mm]	50	80	100	125	150	200	250
A (dle Manninga)	12874	1049,7	319,32	97,133	36,7340	7,92006	2,409215
A (dle Pavlovského)	10469	871,33	267,65	82,215	31,3413	6,84326	2,102255
průměr D [mm]	300	350	400	500	600	800	1000
A (dle Manninga)	0,9111	0,40043	0,19644	0,05976	0,02260	0,00487	0,001482
A (dle Pavlovského)	0,8014	0,35467	0,17504	0,05378	0,02051	0,00448	0,001378

Dále můžeme vyjádřit součinitel tření λ jako funkci rychlostního součinitele C podle (7.17):

$$\lambda = \frac{8g}{C^2}. \quad (7.30)$$

V tomto vztahu je zanedbaný vliv součinitele λ na rychlosti, což je přípustné pouze jen při větších rychlostech v potrubí. V Tab. 7.4 je uveden součinitel tření λ pro starší vodovodní potrubí, jehož stupeň drsnosti $n = 0,012$.

Tab. 7.4 Součinitel tření λ pro vodovodní potrubí ($n = 0,012$)

průměr D [mm]	50	80	100	125	150	200	250
λ (dle Manninga)	0,049	0,042	0,039	0,036	0,034	0,031	0,028
λ (dle Pavlovského)	0,040	0,035	0,032	0,030	0,029	0,026	0,025
průměr D [mm]	300	350	400	500	600	800	1000
λ (dle Manninga)	0,027	0,025	0,024	0,023	0,021	0,019	0,018
λ (dle Pavlovského)	0,024	0,023	0,022	0,020	0,019	0,018	0,017

7.4.3 Empirické výrazy pro výpočet součinitele tření λ

Pro výpočet součinitele tření λ lze použít některých empirických vztahů, které byly většinou odvozeny z měření v kvadratickém pásmu odporů. Použití těchto vztahů je však možné použít pouze v podmínkách, pro které byly odvozeny.

- **Dupuit** udal pro výpočet průtoků kruhových potrubí výraz:

$$Q = 20 \sqrt{D^5 i}, \quad (7.31)$$

odtud vyplývá, že považoval λ za konstantu ($\lambda \approx 0,030$);



- Ševeljev prováděl pokusy s potrubím až do $D = 1400$ mm a do $Re = 10^6$. Pro vodovodní potrubí (teplota vody $t = 12^\circ$ C) podle Ševeljeva platí:

- *azbestocementové potrubí:*

$$v < 7,5 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0110}{D^{0,190}} \left(1 + \frac{3,351}{v} \right)^{0,190}; \quad (7.32)$$

$$v > 7,5 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0118}{D^{0,190}}; \quad (7.33)$$

- *nové ocelové potrubí:*

$$v < 3,0 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0159}{D^{0,226}} \left(1 + \frac{0,652}{v} \right)^{0,226}; \quad (7.34)$$

$$v > 3,0 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0164}{D^{0,226}}; \quad (7.35)$$

- *nové litinové potrubí:*

$$v < 3,4 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0144}{D^{0,284}} \left(1 + \frac{2,25}{v} \right)^{0,284}; \quad (7.36)$$

$$v > 3,4 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0164}{D^{0,284}}. \quad (7.37)$$

Pro zjištění vlivu stárnutí trub na ztráty zkoušel Ševeljev potrubí $D = 600$ až 1200 mm z vodovodní sítě Moskvy. Zjistil, že průtočnost azbestocementových potrubí zůstává i po dlouhém provozu stejná. U ocelových a litinových potrubí jsou ztráty po 6 až 15 letech prakticky ustálené:

- *staré ocelové a staré litinové potrubí:*

$$v < 1,15 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0179}{D^{0,3}} \left(1 + \frac{0,827}{v} \right)^{0,3}; \quad (7.38)$$

$$v > 1,15 \text{ m/s: } \lambda = \frac{0,0210}{D^{0,3}}. \quad (7.39)$$

7.5 Místní ztráty



Místní ztráty vznikají všude tam, kde dochází k deformaci rychlostního pole, a to:

- změnou směru proudění;
- vytvářením úplavu a vírových oblastí při nedokonalém obtékání překážek v proudu kapaliny;
- rozšířením a zúžením proudu;
- dělením a spojováním proudu;
- jinými rušivými zásahy.

Jinými slovy tyto ztráty vzniknou například:

- při změně průřezu potrubí;
- při změně směru (oblouky, kolena);
- při sloučení nebo oddělení proudu (T-kusy, odbočky na potrubí);
- na armaturách (šoupátka, klapky, ventily), atd.

Ztráty místní vyjadřujeme podle Weisbacha ve tvaru násobku rychlostní výšky:

$$h_m = \xi \frac{v^2}{2g}, \quad (7.40)$$

kde v je průřezová rychlost v místě singularity a ξ součinitel místní ztráty (např. součinitel ztráty rozšířením průřezu, spojením proudů, kolenem, šoupětem, vtokem, ...), který je závislý na tvaru singularity (geometrickém uspořádání odporu), na drsnosti stěn, na rychlostním poli, na hodnotě Reynoldsova kritéria Re , atd. Vliv hodnoty Reynoldsova kritéria Re se projevuje hlavně při malých hodnotách tohoto kritéria, kdežto v kvadratické oblasti je $\xi_{kv} = \text{konst.}$

V následujících odstavcích při výpočtu místních ztrát předpokládáme, že rychlostní pole na vstupu je symetrické (předcházející odpor je v minimální vzdálenosti $L_{min} = 40 D$) a že pro hodnotu Reynoldsova kritéria platí:

$$Re > Re_{mezní} \quad (7.41)$$

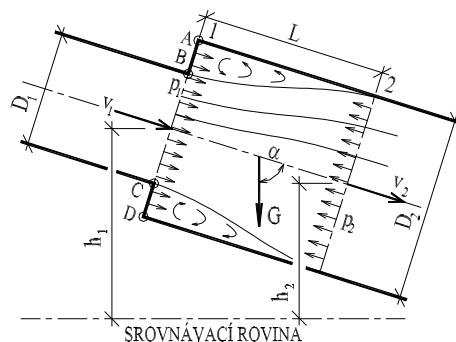
kde $Re_{mezní}$ určuje začátek kvadratické oblasti.

7.5.1 Náhlé rozšíření průřezu potrubí - Bordova ztráta

Ztráta vzniká při napojení potrubí o větším průměru D_2 na potrubí s menším průměrem D_1 v jednom místě (Obr. 7.6). Proud vytéká z průřezu 1 jako souvislý paprsek, mísí se s okolní kapalinou a uvádí ji do vířivého pohybu. Pozvolna se rozšiřuje, až v průřezu 2 zaujme celý průřez A_2 . V koutech za rozšířením kapalina intenzivně víří.

Při určování ztráty h_{zr} vyjdeme z věty o hybnostech (4.28). Hybnost ve vstupním průřezu "1" je $\rho Q v_1$, ve výstupním průřezu "2" je $\rho Q v_2$, tedy jejich rozdíl bude:

$$\rho Q (v_2 - v_1).$$



Obr. 7.6 Náhlé rozšíření průřezu potrubí

Vnější síly jsou:

- a) složka tíhy objemu kapaliny mezi průřezy "1" a "2":

$$G \cos \alpha = \rho g A_2 L \cos \alpha = \rho g A_2 (h_1 - h_2), \quad \text{protože: } \cos \alpha = \frac{h_1 - h_2}{L};$$

- b) *tlakové síly*: v průřezu "1" jde především o tlak na plochu $A-D$ a o reakci stěny $ABCD$, tedy celkem o tlak na plochu A_2 . V průřezu "2" jde o tlak na plochu A_2 směrem proti pohybu. V obou průřezích počítáme s rozdělením tlaků podle zákonů hydrostatiky, takže tlakovou sílu dostaneme vynásobením plochy tlaky, působící v těžišti průřezu;

- c) *síly tření* jsou na krátkém úseku rozšíření zanedbatelné.



Celkem budou vnější síly:

$$\sum F = (p_1 - p_2) A_2 + \rho g A_2 (h_1 - h_2)$$

a podle věty o hybnostech (4.28) platí:

$$(p_1 - p_2) A_2 + \rho g A_2 (h_1 - h_2) = \rho Q (v_2 - v_1).$$

Zavedeme-li na pravou stranu $Q = v_2 A_2$ a rovnici dělíme $\rho g A_2$, po úpravě obdržíme:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} + h_1 - h_2 = \frac{v_2^2 - v_1 v_2}{g}. \quad (7.42)$$

Z Bernoulliho rovnice je ztráta daná rovnicí (7.1), kterou upravíme na tvar:

$$h_{mr} = h_1 - h_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}. \quad (7.43)$$

Dosazením (7.42) do prvních tří členů na pravé straně dostaneme:

$$\begin{aligned} h_{mr} &= \frac{v_2^2 - v_1 v_2}{g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \frac{2v_2^2 - 2v_1 v_2 + v_1^2 - v_2^2}{2g} = \\ &= \frac{v_2^2 - 2v_1 v_2 + v_1^2}{2g} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}. \end{aligned} \quad (7.44)$$

Ztráta náhlým rozšířením průřezu je tedy dána rychlostní výškou rozdílu rychlostí v obou průřezích. Výraz odvodil Borda roku 1766. Z rovnice spojitosti (4.11) ještě vyjádříme:

$$h_{mr} = \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2. \quad (7.45)$$

Odporový součinitel ξ_{r2} (vztažený k rychlosti v průřezu "2") tedy nabude tvaru:

$$\xi_{r2} = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 = \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} - 1 \right)^2; \quad h_{mr} = \xi_{r2} \frac{v_2^2}{2g}.$$



Ve skutečnosti bude řešení složitější, poněvadž do věty o hybnostech by se mělo zavádět skutečné rozdělení rychlostí před zúžením a za zúžením.

Pro zmenšení ztrát je někdy účelné navrhnout rozšíření postupné, a to buď:

- kónické rozšíření průřezu (difuzor);
- plynulé (křivkové) rozšíření (rozšíření rotační plochou);
- stupňovité rozšíření.

7.5.2 Kónické rozšíření průřezu



Při kónickém rozšíření (Obr. 7.7 a) má největší vliv na odpor při daném poměru D_1/D_2 vrcholový úhel rozšíření 2δ a délka přechodu. Minimální ztráty nastávají při vrcholovém úhlu $2\delta = 7$ až 9° a maximální jsou při úhlu $2\delta = 65$ až 70° . Při úhlu $2\delta = 40$ až 50° je výhodnější použití náhlého rozšíření.

Ztráta kónickým rozšířením průřezu je dána vztahem:

$$h_{mrk} = \xi_{rk2} \frac{v_2^2}{2g},$$

kde ξ_{rk2} je součinitel ztráty kónickým rozšířením vztažený k průřezové rychlosti v_2 , pro který platí:

$$\xi_{rk2} = \psi \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} - 1 \right)^2, \quad (7.46)$$

kde součinitel ψ (v závislosti na úhlu 2δ) je uveden v Tab 7.5.

Tab. 7.5 Součinitel ψ pro výpočet ztráty kónickým rozšířením průřezu

2δ [°]	6°	8°	10°	12°	14°	16°	20°	25°	30°	40°	60°	90°	180°
ψ	0,08	0,11	0,15	0,19	0,23	0,27	0,36	0,50	0,65	0,92	1,15	1,10	1,00

7.5.3 Náhlé zúžení průřezu

Ztráty při náhlém zúžení (Obr. 7.7 b) jsou pro $n = \frac{A_2}{A_1} < 0,4$ menší než při náhlém rozšíření. Ztráta při náhlém zúžení je dána vztahem:

$$h_{mz} = \xi_{z2} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (7.47)$$

kde ξ_{z2} je součinitel ztráty náhlým zúžením průřezu:

$$\xi_{z2} = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2, \quad (7.48)$$

kde součinitel zúžení ε závisí na poměru $n = \frac{A_2}{A_1}$ podle vztahu:

$$\varepsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - n}. \quad (7.49)$$

7.5.4 Kónické zúžení průřezu

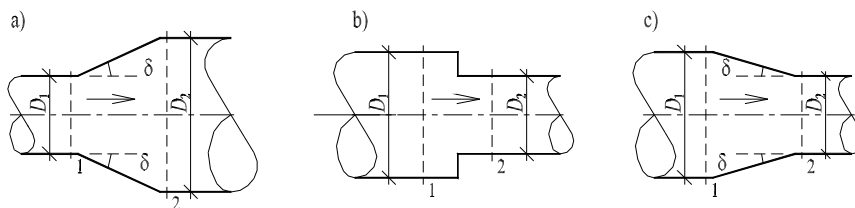
Zúžení může být vytvořeno zaoblením nebo kónicky (Obr. 7.7 c). Ztráty jsou při tom poměrně nízké:

$$h_{mk} = \xi_{zk2} \frac{v_2^2}{2g}, \quad (7.50)$$

kde ξ_{zk2} je součinitel ztráty kónickým zúžením vztažený k průřezové rychlosti v_2 (Tab. 7.6).

Tab. 7.6 Součinitel ztráty kónickým zúžením průřezu ξ_{zk2}

2δ	5°	7°	10°	15°	20°	30°	45°	60°	75°
ξ_{zk2}	0,06	0,12	0,16	0,18	0,20	0,24	0,30	0,32	0,34



Obr. 7.7 Změny průřezu potrubí

7.5.5 Ztráta na vtoku do potrubí a výtoku z potrubí

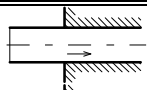
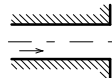
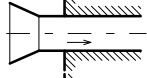
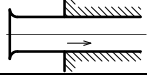
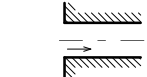
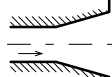
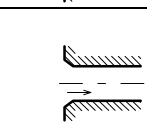
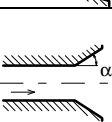
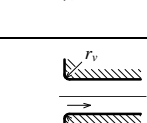
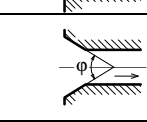
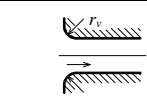
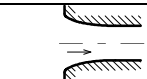


Vtok do potrubí může mít ostrou hranu nebo může být rozšířen, nejčastěji zaoblením. Výtok z potrubí do nádoby větších rozměrů znamená náhlé rozšíření průřezu vytékajícího proudu. Pro ztrátu vtokem, resp. výtokem platí:

$$h_{mv} = \xi_{vi} \frac{v^2}{2g}, \quad \text{resp.} \quad h_{mn} = \xi_{ni} \frac{v^2}{2g}, \quad (7.51)$$

kde ξ_{vi} , resp. ξ_{ni} jsou součinitele ztráty podle typu vtoku, resp. výtoku (Tab. 7.7) a v průřezová rychlost v potrubí.

Tab. 7.7 Součinitel ztráty vtokem ξ_{vi} a výtokem ξ_{ni} (L je délka seříznutí, D průměr potrubí)

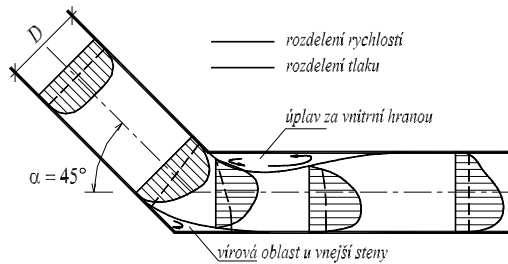
typ vtoku	popis, platnost	ξ_{vi}	typ výtoku	popis,	ξ_{ni}
	potrubí zasahuje do nádrže	0,8 - 1,0		ostrohranný výtok	1,10
		0,25			
		0,1			
	ostrá vstupní hrana	0,5		$L > 2,2 D$	0,15
	seříznutá vstupní hrana $L / D \cong 0,1$	0,25		$\alpha = 20^\circ$ $\alpha = 40^\circ$ $\alpha = 60^\circ$	0,40 1,00 1,15
	zaoblená vstupní hrana $r_v / D \cong 0,06$	0,20			
	kónicky rozšířený vtok $\varphi \in \langle 40^\circ; 80^\circ \rangle$ $L \in \langle 0,2; 0,3 \rangle D$	0,13			
	kruhově zaoblený vtok $r_v = 0,2 D$ $L = 1,25 D$	0,11			
	vtok podle Lískovce (strofoida)	0,04			

7.5.6 Ztráta v obloucích a v kolenech

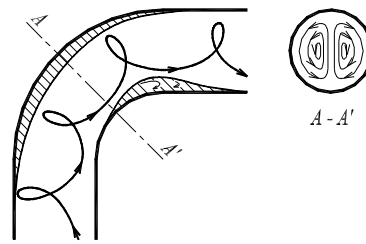


Změna směru v potrubí se provádí **koleny** (Obr. 7.8), která mohou být oblouková nebo ostrá (zlom směru). Zakřivení proudnic přitom vyvolá odstředivé síly, které způsobují, že se ve směru od středu křivosti zvětšuje tlak, což se projeví zmenšením rychlostí. Bude tedy zpravidla na vnitřní straně kolena největší rychlost, na vnější straně pak nejmenší (Obr. 7.8) - i když je dosti rozšířen opačný názor. Při přechodu z přímé trati se tedy pohyb na vnitřní straně až do vrcholu oblouku zrychluje, na vnější zpomaluje. Při výstupu z kolena je to naopak. Za vrcholem kolena na vnitřní straně při poklesu rychlosti vzroste tlak, a proto se proud odtrhne od stěny. Tím vznikne vírová oblast, kterou je možné zmenšit nebo vyloučit vhodným

zaoblením. Na vnější straně se pohyb zpožďuje na delší dráze, a tedy plynuleji, a nadto je zde proud veden vnější stěnou, takže nebezpečí odtržení proudu (před vrcholem kolena) je mnohem menší.



Obr. 7.8 Průběh rychlostí a tlaků v ostrém kolenně



Obr. 7.9 Příčný pohyb v kolenně potrubí

Při změně směru však ještě v průřezu vzniká příčný pohyb částic. Složením tohoto příčného pohybu s postupným pohybem vzniká celkový prostorově složitý pohyb spirálový, který za kolennem postupně slábne (Obr. 7.9).



Ztrátu v kolenech tedy můžeme rozdělit na tyto složky:

- ztráta třením;
- ztráta odtržením proudu hlavně u vnitřní stěny kolenně;
- ztráta příčným pohybem.

Ztrátu u kolenně můžeme opět vyjádřit výrazem:

$$h_{ms} = \xi_s \frac{v^2}{2g}, \quad (7.52)$$

kde v je průřezová rychlost v potrubí a ξ_s je součinitel ztrát kolenně:

- u **obloukových kolenně** závisí ztráta na poloměru zakřivení r_s a na středovém úhlu δ (Tab. 7.8):

$$\xi_s = \xi_{s90} \frac{\delta^\circ}{90^\circ}; \quad (7.53)$$

- u **ostrých kolenně** je odtržení proudu za vnitřní hranou i na vnější straně mohutnější, a proto vznikají (hlavně při $\delta > 15^\circ$) větší ztráty (Tab. 7.9);
- **segmentová kolena** (Tab. 7.10);



Tab. 7.8 Součinitel ztráty pravoúhlým kolennem ξ_{sh90} pro hladká ($\Delta/D < 0,001$) a ξ_{sd90} pro drsná ($\Delta/D > 0,001$) potrubí

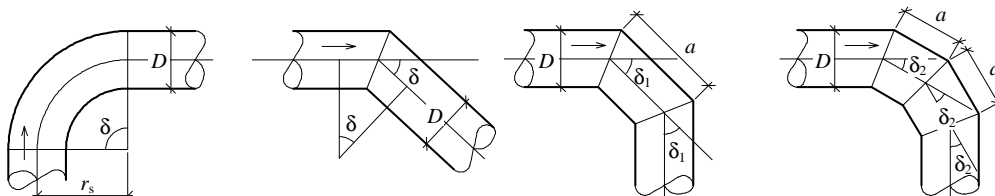
r_s/D	0,8	1,0	1,5	2,0	4,0	6,0	10	20	50
ξ_{sh90} ($\Delta/D < 0,001$)	0,37	0,21	0,17	0,15	0,11	0,09	0,07	0,05	0,03
ξ_{sd90} ($\Delta/D > 0,001$)	0,74	0,42	0,34	0,30	0,22	0,18	0,14	0,10	0,06

Tab. 7.9 Součinitel ztráty ostrým kolennem ξ_{sh} pro hladká ($\Delta/D < 0,001$) a ξ_{sd} pro drsná ($\Delta/D > 0,001$) potrubí

δ°	10°	15°	22,5°	30°	45°	60°	90°
ξ_{sh} ($\Delta/D < 0,001$)	0,034	0,042	0,066	0,130	0,236	0,471	1,129
ξ_{sd} ($\Delta/D > 0,001$)	0,044	0,062	0,154	0,165	0,320	0,684	1,265

Tab. 7.10 Součinitele ztráty pro 90° segmentové koleno jednoduché ξ_{s1}
a pro 90° segmentové koleno dvojitě ξ_{s2}

a/D	0,710	0,943	1,174	1,420	1,860	2,560	3,720	6,280		
ξ_{s1}	0,510	0,415	0,384	0,377	0,390	0,429	0,460	0,444		
a/D	1,230	1,440	1,670	1,700	1,910	2,370	2,960	4,110	4,700	6,100
ξ_{s2}	0,347	0,320	0,300	0,299	0,312	0,377	0,342	0,354	0,360	0,360



Obr. 7.10 Koleno obloukové, ostré, 90° segmentové jednoduché ($\delta_1 = 45^\circ$)
a 90° segmentové jednoduché dvojitě ($\delta_2 = 30^\circ$)

7.6 Hydraulicky krátká potrubí



Hydraulicky krátké potrubí je takové potrubí, u něhož místní ztráty h_m nejsou zanedbatelné vůči ztrátám třením h_t . Celková ztráta h_z se počítá podle vztahu:

$$h_z = h_t + h_m = \left(\lambda \frac{L}{D} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2g} \quad (7.54)$$



U **hydraulicky dlouhého potrubí** jsou ztráty místní h_m zanedbatelné vůči ztrátám třením. Při výpočtu ztráty se uvažuje pouze ztráta třením:

$$h_z \doteq h_t = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (7.55)$$

kde λ je součinitel tření, L délka úseku potrubí, D průměr potrubí, ξ součinitel místní ztráty, v průřezová rychlost, g tíhové zrychlení.



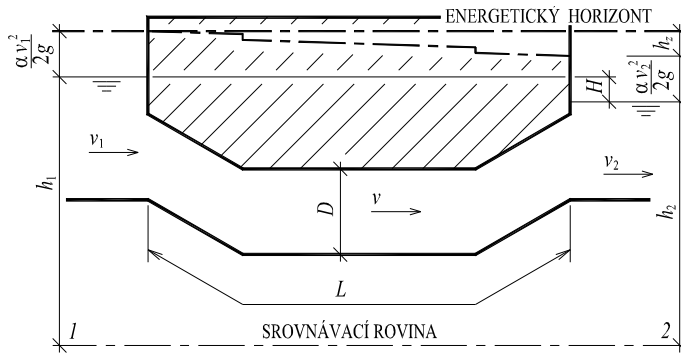
Hranice mezi potrubím hydraulicky krátkým a dlouhým není otázkou geometrickou, nýbrž hydraulickou. Je nutné posoudit, zda je ztráta místní zanedbatelná vůči ztrátě třením. Typickými příklady krátkého potrubí jsou shybky, potrubí čerpadel, násosky, atd.

7.6.1 Shybka



Otevřené vodní toky (náhony, potoky, kanály, ...) vedeme pod místními překážkami (komunikace, jiný vodní tok, ...) krátkými úseky tlakových potrubí - shybkami (Obr. 7.8). Vtok shybky navrhujeme rozšířený nebo zaoblený. Umístíme jej tak hluboko pod hladinu, aby se netvořil vtokový vír a aby do shybky nevnikal vzduch. Před vtokem se obvykle umístí hrubé česle a lapák splavenin.

Aby shybkou protekl určitý průtok, musí hladina před objektem zaujmout vyšší polohu, než hladina za objektem. Před shybkou dochází většinou ke změně beztlakového proudění na tlakové a za shybkou k opačné změně.



Obr. 7.11 Shyбка

Podle Bernoulliho rovnice za předpokladu, že $p_1 = p_2 = p_a$ pro průřez 1 před vtokem a pro průřez 2 za výtokem platí:

$$h_1 + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_z, \quad (7.55)$$

protože vzduť způsobené shybkou je $H = h_1 - h_2$, můžeme (7.55) zapsat ve tvaru:

$$H = \frac{\alpha(v_2^2 - v_1^2)}{2g} + \left(\lambda \frac{L}{D} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2g}, \quad (7.56)$$

kde α je Coriolisovo číslo, v_1 rychlost v přítokovém kanálu, v_2 rychlost v odpadním kanálu, λ je součinitel tření, L délka shybky, D průměr shybky, ξ součinitel místní ztráty ve shybce, v průřezová rychlost ve shybce a g tíhové zrychlení. Shyбка se navrhuje tak, aby průřezová rychlost ve shybce byla při návrhovém průtoku $v \approx 1$ až 3 m/s.

7.6.2 Hydraulicky krátká složená potrubí

Často se vyskytují hydraulické okruhy (např. Obr. 7.12), ve kterých se okruh skládá z různých potrubí, je vybavený armaturami, tvarovými kusy, atd. Vzhledem k tomu, že místní ztráty i ztráty třením po délce jsou vztaženy k rychlostní výšce, nabude rovnice (7.54) pro okruhy skládající se z n různých potrubí různého profilu tvaru:

$$h_z = \sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \frac{L_i}{D_i} + \sum \xi_i \right) \frac{v_i^2}{2g}. \quad (7.57)$$

Bernoulliho rovnice pro skutečnou kapalinu zapsaná pro profil "0" a výtokový průřez "n" nabude tvaru:

$$h_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = h_n + \frac{p_n}{\rho g} + \frac{\alpha v_n^2}{2g} + \sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \frac{L_i}{D_i} + \sum \xi_i \right) \frac{v_i^2}{2g}. \quad (7.58)$$

Rovnice (7.58) je jedna rovnice s n neznámými rychlostmi v_i ($i = 1..n$). Použitím rovnice spojitosti (4.11) vyjádříme rychlosti v_i z rychlosti v_n :

$$v_i A_i = v_n A_n \Rightarrow v_i = \frac{v_n A_n}{A_i}. \quad (7.59)$$

Rovnici (7.58) zapíšeme pomocí (7.59) ve tvaru:



$$h_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = h_n + \frac{p_n}{\rho g} + \frac{v_n^2}{2g} \left(\alpha + \sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \frac{L_i}{D_i} + \sum \xi_i \right) \frac{A_n^2}{A_i^2} \right) \quad (7.60)$$

a z (7.60) vyjádříme neznámou rychlost v_n :

$$v_n = \sqrt{\frac{2g \left(h_0 - h_n + \frac{p_0 - p_n}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \right)}{\alpha + \sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \frac{L_i}{D_i} + \sum \xi_i \right) \frac{A_n^2}{A_i^2}}}. \quad (7.61)$$

7.7 Hydraulicky dlouhé potrubí a potrubí s odběrem po délce



Hydraulicky dlouhým potrubím se rozumí potrubí, u kterého převažují ztráty po délce, a z tohoto důvodu lze místní ztráty zanedbat. Ztráty třením po délce jsou závislé na průtoku Q a jemu odpovídající hodnotě rychlosti. Ztráty třením můžeme stanovit např. podle (7.29).

Pro případ, kdy na potrubí konstantního průřezu jsou po jeho délce napojeni jednotliví odběratelé, jsou ztráty a hydraulický sklon závislé od průtoku, který se po délce potrubí mění. **Při rovnoměrném odběru q po délce úseku L_i se ztráty stanoví z tzv. výpočtového průtoku**, který je roven:

$$Q_i = Q_c + 0,55 Q_0, \quad (7.62)$$

kde Q_c je tranzitní průtok;

$Q_0 = q L_i$, kde q [m^2/s] je rovnoměrný odběr na metr potrubí.



Př. 7.1

Vypočítejte ztrátu třením na délce $L = 1000$ m běžného litinového potrubí ($n = 0,013$, $\Delta = 0,002$ m) o průměru $D = 250$ mm, kterým protéká průtok $Q = 60$ l/s vody (teplota vody $t = 20^\circ\text{C}$).

$$L = 1000 \text{ m}; \quad v = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,06}{\pi \cdot 0,25^2} = 1,222 \text{ m/s};$$

$$D = 0,25 \text{ m};$$

$$Q = 0,060 \text{ m}^3/\text{s}; \quad \text{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{1,222 \cdot 0,25}{1,0105 \cdot 10^{-6}} = 302\,326 \text{ (vyvinuté turb. proud.)};$$

$$\nu = 1,0105 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

$$n = 0,013; \quad R = \frac{\frac{1}{4} \pi D^2}{\pi D} = \frac{D}{4} = \frac{0,25}{4} = 0,0625 \text{ m};$$

$$\Delta = 0,002 \text{ m};$$

Řešení:

- dle Manninga (7.26) a (7.30):

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} = \frac{4^{1/3} \cdot 8g n^2}{D^{1/3}} = 124,58 \frac{n^2}{D^{1/3}} = 124,58 \frac{0,013^2}{0,25^{1/3}} = 0,0334;$$

$$h_t = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0334 \frac{1000}{0,25} \frac{1,222^2}{2g} = 10,17 \text{ m};$$



- dle Pavlovského (7.25) a (7.30):

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} = \frac{4^{2y} * 8g n^2}{D^{2y}} = 0,0309;$$

$$y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0,1) = 0,1524;$$

$$h_t = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0309 \frac{1000}{0,25} \frac{1,222^2}{2g} = 9,41 \text{ m};$$

- dle Ševeljeva (7.39):

$$\lambda = \frac{0,0210}{D^{0,3}} = \frac{0,0210}{0,25^{0,3}} = 0,0318;$$

$$h_t = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0318 \frac{1000}{0,25} \frac{1,222^2}{2g} = 9,68 \text{ m};$$

- Colebrook-Whiteova rovnice (7.24):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3,7D} \right) \Rightarrow \lambda = 0,0354;$$

$$h_t = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = 0,0354 \frac{1000}{0,25} \frac{1,222^2}{2g} = 10,78 \text{ m}.$$

Ztráty třením na délce potrubí $L = 1000$ m jsou podle jednotlivých autorů v rozmezí od 9,41 ~ 10,78 m.

Př. 7.2

Kanál se kříží se silnicí, a proto je zapotřebí navrhnout shybku (Obr. 7.11). Délka křížení se uvažuje $L = 20$ m. Navrhněte průměr betonového potrubí ($n = 0,012$) pro náhon tak, aby pro návrhový průtok $Q = 250$ l/s byla maximální rychlost ve shybce $v_{\max} = 2,0$ m/s. Průřezová rychlost v přítokovém kanálu je $v_1 = 1,0$ m/s a v odpadním kanálu $v_2 = 1,0$ m/s. Dále vypočítejte vzduť shybky.

$$Q = 0,25 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$L = 20 \text{ m};$$

$$n = 0,012;$$

$$v_{\max} = 2,0 \text{ m/s};$$

$$v_1 = v_2 = 1,0 \text{ m/s};$$

$$v = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

$$\alpha = 1,0;$$

$$D = ? \text{ m};$$

$$H = ? \text{ m};$$

$$\text{návrh průměru } D_n: v_{\max} = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v_{\max}}} = 0,399 \text{ m};$$

$$D_n = 0,400 \text{ m};$$

$$v = 1,989 \text{ m/s} < v_{\max} = 2,0 \text{ m/s};$$

$$\text{Re} = \frac{v D_n}{\nu} = 787\,722 \text{ (vyvinuté turbulentní proudění)};$$

výpočet λ dle Manninga (7.26) a (7.30):

$$\lambda = \frac{8g}{C^2} = \frac{4^{1/3} * 8g n^2}{D^{1/3}} = 124,58 \frac{n^2}{D^{1/3}} = 124,58 \frac{0,014^2}{0,2^{1/3}} = 0,024;$$

místní ztráty: ostrohranný vtok: $\xi_v = 0,5$;
 zlom: $\xi_{sd} = 0,165$;
 výtok z potrubí: $\xi_n = 1,1$;



$$\text{vzduť způsobená shybku (7.56): } H = \frac{\alpha(v_2^2 - v_1^2)}{2g} + \left(\lambda \frac{L}{D} + \xi_v + 2\xi_{sd} + \xi_n \right) \frac{v^2}{2g},$$

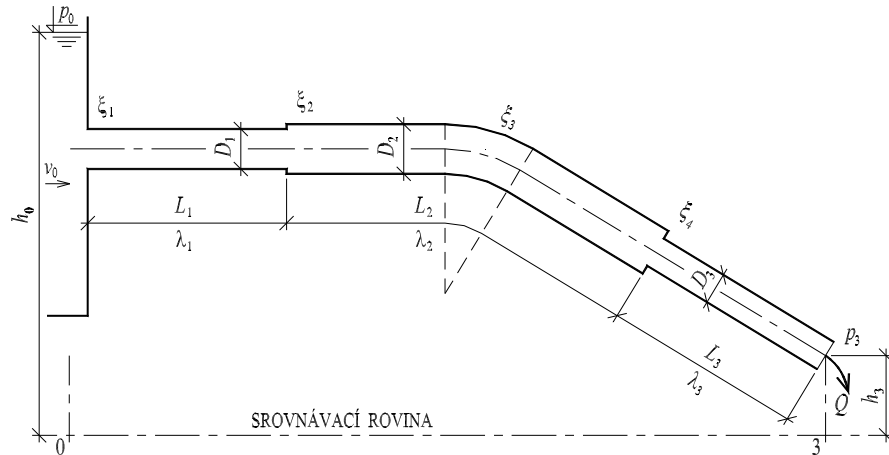
$$H = 0,631 \text{ m.}$$

Navržený průměr shybky je 400 mm. Shybka způsobí vzduť 0,631 m.

Př. 7.3



Vypočítejte průtok Q , který vytéká z potrubí podle obrázku (7.12). Dále nakreslete tlakovou čáru a čáru energie.



Obr. 7.12 Výtok z nádrže hydraulicky krátkým složeným potrubím



$$L_1 = 5,0 \text{ m}; \quad D_1 = 100 \text{ mm}; \quad \lambda_1 = 0,032 \text{ m}; \quad \xi_1 = 0,5 \text{ m}; \quad \xi_2 = 0,316 \text{ m};$$

$$L_2 = 10,0 \text{ m}; \quad D_2 = 125 \text{ mm}; \quad \lambda_2 = 0,030 \text{ m}; \quad \xi_3 = 0,170 \text{ m};$$

$$L_3 = 5,0 \text{ m}; \quad D_3 = 80 \text{ mm}; \quad \lambda_3 = 0,035 \text{ m}; \quad \xi_4 = 0,338 \text{ m};$$

$$h_0 = 10,0 \text{ m}; \quad h_3 = 2,0 \text{ m}; \quad \alpha = \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1,1;$$

$$v_0 \approx 0 \text{ m/s}; \quad p_0 = p_3 = p_a;$$

Napíšeme Bernoulliho rovnici pro profily 0 a 3 (k vyznačené srovnávací rovině podle Obr. 7.12):

$$h_0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = h_3 + \frac{p_3}{\rho g} + \frac{\alpha v_3^2}{2g} + h_z;$$

$$h_z = \sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \frac{L_i}{D_i} + \sum \xi_i \right) \frac{v_i^2}{2g} = \left(\lambda_1 \frac{L_1}{D_1} + \xi_1 \right) \frac{v_1^2}{2g} + \left(\lambda_2 \frac{L_2}{D_2} + \xi_2 + \xi_3 \right) \frac{v_2^2}{2g} + \left(\lambda_3 \frac{L_3}{D_3} + \xi_4 \right) \frac{v_3^2}{2g},$$

kde $p_0 = p_3$, $v_0 \approx 0 \text{ m/s}$. Nyní použijeme rovnici spojitosti (4.11) a úpravou obdržíme:

$$h_0 - h_3 = \frac{\alpha v_3^2}{2g} + \left(\sum_{i=1}^n \left(\lambda_i \frac{L_i}{D_i} + \sum \xi_i \right) \frac{A_3^2}{A_i^2} \right) \frac{v_3^2}{2g}.$$

Vyjádříme průřezovou rychlost v_3 :

$$v_3 = \sqrt{\frac{2g(h_0 - h_3)}{\alpha + \left(\lambda_1 \frac{L_1}{D_1} + \xi_1 \right) \frac{D_3^4}{D_1^4} + \left(\lambda_2 \frac{L_2}{D_2} + \xi_2 + \xi_3 \right) \frac{D_3^4}{D_2^4} + \left(\lambda_3 \frac{L_3}{D_3} + \xi_4 \right) \frac{D_3^4}{D_3^4}}};$$

$$v_3 = \sqrt{\frac{2g(10 - 2)}{1,1 + \left(0,032 \frac{5}{0,1} + 0,5 \right) \frac{0,08^4}{0,10^4} + \left(0,030 \frac{10}{0,125} + 0,316 + 0,17 \right) \frac{0,08^4}{0,125^4} + \left(0,035 \frac{5}{0,05} + 0,338 \right) \frac{0,08^4}{0,05^4}}};$$

$$v_3 = 5,619 \text{ m/s}; \quad Q_3 = Q = 0,02824 \text{ m}^3/\text{s}; \quad v_1 = 3,596 \text{ m/s}; \quad v_2 = 2,301 \text{ m/s}; \\ h_z = 6,229 \text{ m};$$

$$h_{t1} = \lambda_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{v_1^2}{2g} = 0,032 \frac{5}{0,1} \frac{3,596^2}{2g} = 1,055 \text{ m};$$

$$h_{t2} = \lambda_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{v_2^2}{2g} = 0,030 \frac{10}{0,125} \frac{2,301^2}{2g} = 0,648 \text{ m};$$

$$h_{t3} = \lambda_3 \frac{L_3}{D_3} \frac{v_3^2}{2g} = 0,035 \frac{5}{0,08} \frac{5,619^2}{2g} = 3,521 \text{ m};$$

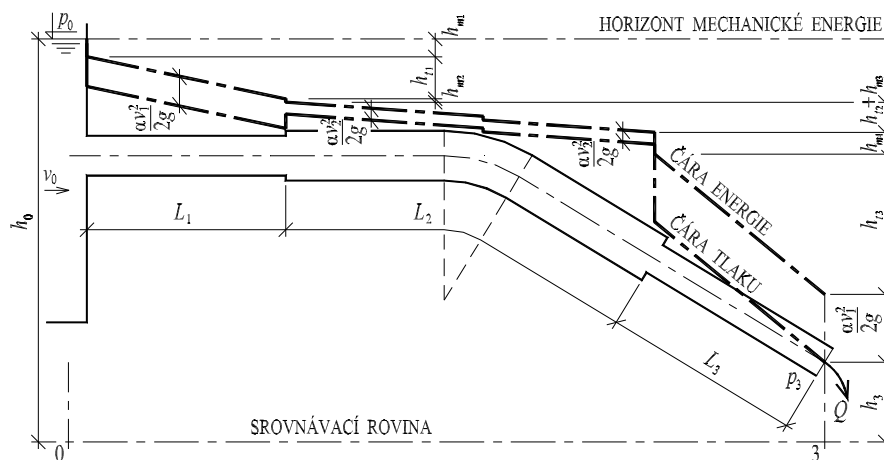
$$h_{m1} = \xi_1 \frac{v_1^2}{2g} = 0,5 \frac{3,596^2}{2g} = 0,330 \text{ m};$$

$$h_{m2} = \xi_2 \frac{v_2^2}{2g} = 0,316 \frac{2,301^2}{2g} = 0,085 \text{ m};$$

$$h_{m3} = \xi_3 \frac{v_2^2}{2g} = 0,17 \frac{2,301^2}{2g} = 0,046 \text{ m};$$

$$h_{m4} = \xi_4 \frac{v_3^2}{2g} = 0,338 \frac{5,619^2}{2g} = 0,544 \text{ m}.$$

Potrubím protéká rovnoměrně průtok $Q = 0,02858 \text{ m}^3/\text{s}$, rychlosti v jednotlivých profilech porubí jsou $v_1 = 3,639 \text{ m/s}$, $v_2 = 2,329 \text{ m/s}$ a $v_3 = 5,686 \text{ m/s}$ a celková ztráta h_z je $6,187 \text{ m}$. Tlaková čára a čára energie jsou zobrazeny na Obr. 7.13.

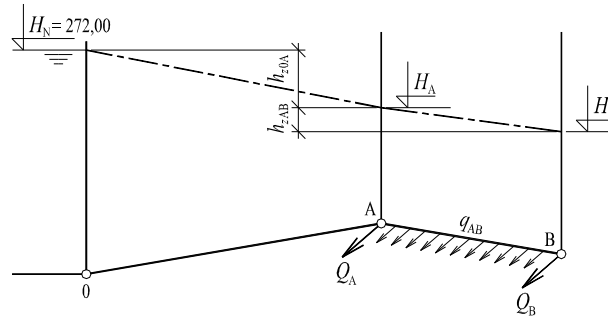


Obr. 7.13 Čára energie a čára tlaku

Př. 7.4

Vypočítejte ztráty v jednotlivých úsecích potrubí (Obr. 7.14) podle Manninga, odebírá-li se z potrubí v jednotlivých uzlech $Q_A = 30 \text{ l/s}$, $Q_B = 10 \text{ l/s}$ a na úseku AB je rovnoměrný odběr $q_{AB} = 0,0001 \text{ m}^2/\text{s}$. Protože se jedná o potrubí hydraulicky dlouhé, místní ztráty se zanedbávají.

$$L_{0A} = 500 \text{ m}; \quad D_{0A} = 300 \text{ mm}; \quad A_{0A} = 0,9111 \text{ s}^2/\text{m}^6; \\ L_{AB} = 450 \text{ m}; \quad D_{AB} = 200 \text{ mm}; \quad A_{AB} = 7,920068 \text{ s}^2/\text{m}^6; \\ Q_A = 0,030 \text{ m}^3/\text{s}; \quad Q_B = 0,010 \text{ m}^3/\text{s}; \quad q_{AB} = 0,0001 \text{ m}^2/\text{s}; \\ H_N = 285,00 \text{ m n.m.};$$



Obr. 7.14 Tlaková čára u hydraulicky dlouhého potrubí



průtok na úseku 0A – (7.62): $Q_{0A} = Q_A + q_{AB} L_{AB} + Q_B;$
 $Q_{0A} = 0,085 \text{ m}^3/\text{s};$

průtok na úseku AB – (7.62): $Q_{AB} = 0,55 q_{AB} L_{AB} + Q_B;$
 $Q_{AB} = 0,0348 \text{ m}^3/\text{s};$

ztráta na úseku 0A – (7.29): $h_{z0A} = L_{0A} A_{0A} Q_{0A}^2;$
 $h_{z0A} = 3,29 \text{ m}; \quad H_A = H_N - h_{z0A} = 281,71 \text{ m n.m.};$

ztráta na úseku AB – (7.29): $h_{zAB} = L_{AB} A_{AB} Q_{AB}^2;$
 $h_{zAB} = 4,32 \text{ m}; \quad H_B = H_A - h_{zAB} = 277,39 \text{ m n.m.}$

Ztráty mechanické energie podle Manninga jsou na jednotlivých úsecích $h_{z0A} = 3,29 \text{ m}$ a $h_{zAB} = 4,32 \text{ m}$ kóty tlakové čáry v bodě A - $H_A = 281,71 \text{ m n.m.}$ a v bodě B - $H_B = 277,39 \text{ m n.m.}$



Kontrolní otázky

- Jaké rozlišujeme ztráty?
- Co vyjadřuje Reynoldsovo kritérium?
- Na čem obecně závisí součinitel tření (odporový součinitel) λ ?
- Co je to Bordova ztráta?
- Jaký je rozdíl mezi hydraulicky krátkým a hydraulicky dlouhým potrubím?

8 Ustálené proudění vody v otevřených korytech



Při ustáleném proudění jsou průtok, průřezová rychlost, průtočná plocha, atd. v čase **neměnné** a závisí pouze na poloze. Rozlišujeme proudění:

- *rovnoměrné* (Kap. 8.1);
- a *nerovnoměrné* (Kap. 8.2).

8.1 Rovnoměrné proudění vody v otevřených korytech



Podle definice uvedené v Kap. 4 je rovnoměrný pohyb zvláštním případem ustáleného pohybu $Q(x,t) = Q = \text{konst.}$ V otevřených korytech, kde část omočeného obvodu O je volná hladina na styku se vzduchem, může rovnoměrné proudění vzniknout pouze v případě koryta:

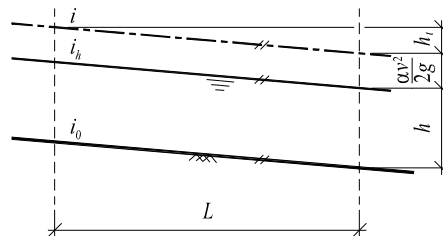
- **pravidelného** (stejného) tvaru **průtočného profilu** ve všech profilech na zvoleném úseku (koryto nemění svůj tvar),
- a **konstantního sklonu dna** i_0 .

Pokud konstantní průtok Q protéká rovnoměrně konstantní průtočnou plochou A s konstantní průřezovou rychlostí v a konstantní hloubkou h , potom je podélný sklon koryta i_0 stejný se sklonem hladiny i_h a stejný se sklonem čáry energie i (Obr. 8.1):

$$i_0 = i_h = i .$$

Rovnoměrné proudění se vyskytuje pouze v umělých kanálech s neproměnným korytem. U přirozených toků se každá změna šířky koryta, sklonu dna nebo každá překážka projeví na průběhu hladiny, a tedy i na změně průtočné plochy a sklonu čáry energie - jedná se o **nerovnoměrné proudění**. K tomu ještě přistupuje časová nestálost koryta - vymílání dna i břehů a usazování materiálu, který je vodou přenášen.

Při řešení úloh proudění vody v otevřených korytech předpokládáme, že tlak ve vodě se mění podle pravidel hydrostatiky a že sklon dna jsou tak malé, že lze nahradit délku proudu průmětem do vodorovné roviny a průřezy nahradit svislými řezy.



Obr. 8.1 Rovnoměrné proudění

8.1.1 Výpočet průřezové rychlosti

Výpočet průřezové rychlosti v pro rovnoměrné ustálené proudění se stanoví z Chézyho rovnice, která byla odvozena v Kap. 7, rovnice (7.15):

$$v = C \sqrt{R i} \quad ; \quad R = \frac{A}{O} , \quad (8.1)$$

kde C je **rychlostní součinitel**, R **hydraulický poloměr**, i **sklon čáry energie**, A **průtočná plocha** a O **omočený obvod**, který je v průtočném průřezu délkou styku kapaliny s pevnými stěnami (vedením proudu bez volné hladiny). Je třeba si uvědomit, že tření působí hlavně na stěnách koryta, kdežto tření vody o vzduch v hladině je nepatrné. Proto se na rozdíl od tlakového proudění do omočeného obvodu O nepočítá volná hladina. Proti tlakovým potrubím, u nichž je průtočná plocha dána a pro všechny průtoky neproměnná, je v otevřených korytech poloha hladiny a tím i průtočná plocha závislá na průtoku.

Rychlostní součinitel C není konstantní. Závisí hlavně na tvaru průtočného průřezu, drsnosti stěn a výjimečně i na sklonu. Výzkum předložil velký počet vzorců pro určení C , které jsou většinou empirické a získané z vyhodnocení měření v přírodě a na modelech. Pro stručnost uvádíme výpočet C pouze podle Pavlovského, Manninga a Stricklera, které se v našich podmínkách nejčastěji používají.

8.1.2 Rychlostní vzorec Pavlovského

Zpracováním výsledků velkého množství vlastních i cizích měření rychlostí na řekách, náhonech, potrubí, atd. dospěl Pavlovskij ke vztahu:



$$C = \frac{1}{n} R^y, \quad y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0,1) \quad (8.2)$$

kde n je **drsnostní součinitel** (Tab. 7.2, Tab.8.1) a R hydraulický poloměr.

8.1.3 Rychlostní vzorec Manningův



Exponent y ve vzorci Pavlovského v nejčastějších případech praxe nekolísá v příliš širokých mezích. Vezmeme-li střední hodnotu $y = 1/6$, obdržíme vzorec Manningův:

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}, \quad (8.3)$$

kde n je drsnostní součinitel a R hydraulický poloměr.

Obr. 8.1 Drsnostní součinitel n

Popis koryta	n
výjimečně hladké stěny, smaltované povrchy	0,009
čistě ohoblovaná prkna, dobrá omítka z čistého cementu	0,010
dobrá cementová omítka, hoblovaná prkna, litinové a ocelové trouby dobře spojované	0,011
nehoblovaná prkna, vodovodní trouby v běžných podmínkách - bez inkrustací, čisté stokové trouby	0,012
kvádrové zdivo, dobře provedené cihelné zdivo, stokové trouby v běžných podmínkách, trochu zanesené trouby vodovodní, hladký beton	0,013
znečištěné trouby vodovodní i stokové, obetonování kanálů běžného provedení	0,014
obyčejné cihelné zdivo, obložení z přitesaného kamene	0,015
dobré lomové zdivo, staré cihelné zdivo, poměrně hrubé obetonování, výjimečně hladká skála	0,017
obyčejné lomové zdivo, kamenná dlažba, kanály poměrně hladce vyrubané ve skále, kanály v ulehlém štěrku nebo v ulehlé zemině ve velmi dobrém stavu	0,020
kanály v hutné zemině nebo v ulehlém štěrku, velké zemní kanály velmi dobře udržované	0,023
dobré zdivo na sucho, velké zemní kanály při průměrné údržbě, malé zemní kanály při dobré údržbě, řeky v nejlepším stavu (volné přímé koryto bez překážek proudu, bez nánosů a výmolů)	0,025
velké zemní kanály s podprůměrnou údržbou, malé zemní kanály průměrně udržované	0,028
zemní kanály v poměrně špatném stavu (místa zarostlé koryto, nánosy na dně), řeky v dobrých podmínkách	0,030
kanály ve špatném stavu (s nepravidelným průřezem, místa zarostlé nebo zanesené kameny), řeky v poměrně dobrých podmínkách, ale proud je ovlivněn částečně kamením nebo rostlinami	0,035
kanály ve výjimečně špatném stavu (výmoly i nánosy, koryto zarostlé kořeny, zanesené hrubými kameny), řeky s horšími podmínkami průtoku (v korytě je větší množství kamenů a rostlin nebo meandruje a má malý počet mělčin a výmolů)	0,040
horské bystřiny	0,080

8.1.4 Rychlostní vzorec Stricklerův



Strickler doplnil Manningův vzorec předpokladem, že stupeň drsnosti musí být závislý na zrnitosti materiálu koryta. Proto obměnil Chézyho rovnici na tvar:

$$v = k_s R^{2/3} i^{1/2}, \quad k_s = \frac{21,1}{\sqrt[6]{d_s}}, \quad (8.4)$$

kde d_s je možné uvažovat jako 55% hodnota zrna z křivky zrnitosti krycí vrstvy v korytě.

8.1.5 Hydraulický výpočet rovnoměrného proudění v otevřených korytech

V podstatě se vyskytují následující typy úloh:

- *určení průtoku Q pro dané rozměry koryta a podélný sklon dna koryta $i_0 = i$:*

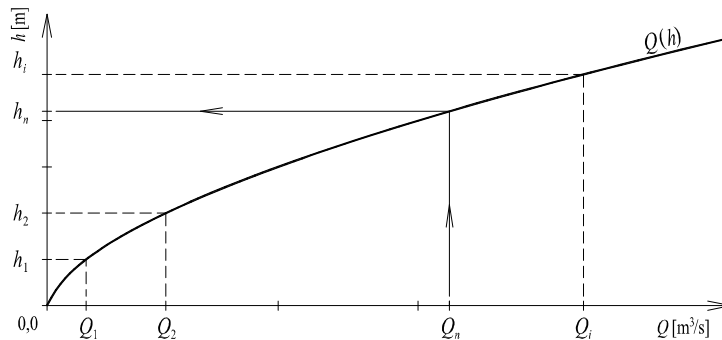
$$Q = v A = A C \sqrt{R i} = K \sqrt{i}, \quad (8.5)$$

kde A je průtočná plocha a K modul průtoku;

určení podélného sklonu dna koryta $i_0 = i$ pro zadané Q a dané rozměry koryta:

$$i = \frac{Q^2}{A^2 C^2 R} = \frac{v^2}{C^2 R}; \quad (8.6)$$

- *určení hloubky vody pro zadané Q a dané rozměry koryta.* Jedná se o opačnou úlohu k první úloze. Jedná se o poněkud složitější úlohu, protože hledanou hloubku h obvykle nelze vyjádřit explicitně. Postup spočívá ve výpočtu měrné křivky koryta (průtoku) - Obr. 7.2. Měrná křivka udává závislost průtoku Q na hloubce h . Zvolí se několik (ekvidistantních) poloh hladiny s hloubkami h_1, h_2, \dots, h_i v daném profilu, spočítají se jim příslušné průtoky Q_1, Q_2, \dots, Q_i a vynese se závislost $Q(h)$ (Obr 8.2). Ze závislosti $Q(h)$ se pro zadaný průtok Q_n odečte hledaná hloubka h_n a provede se kontrola výpočtu Q_n ;
- *určení některého z parametrů koryta (šířky dna koryta, sklonu svahů, atd.) pro zadanou hloubku h , průtok Q a podélný sklon dna koryta $i_0 = i$.*

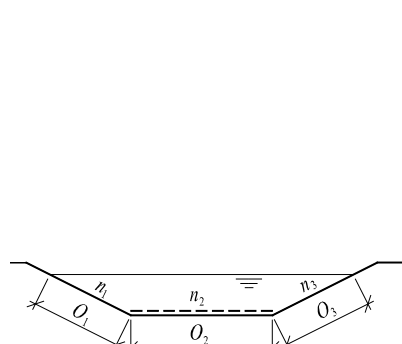


Obr. 8.2 Určení hloubky h_n ze zadaného průtoku Q_n pomocí měrné křivky

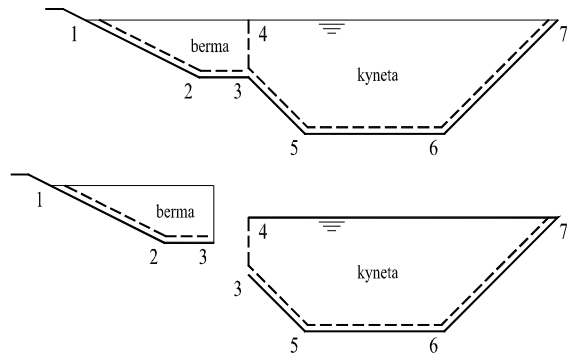
8.1.6 Profily o různých drsnostech jednotlivých částí

Je-li omočený obvod koryta složen z několika částí s různými drsnostmi (např. Obr. 8.3), lze výsledný drsnostní součinitel n určit jako vážený průměr. Např. má-li část omočeného obvodu O_1 drsnostní součinitel n_1 a analogicky O_2 a O_3 drsnostní součinitele n_2 a n_3 (Obr. 8.3), je výsledný drsnostní součinitel dán váženým průměrem:

$$n = \frac{n_1 O_1 + n_2 O_2 + n_3 O_3}{O_1 + O_2 + O_3} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i O_i}{\sum_{i=1}^k O_i} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i O_i}{O}. \quad (8.7)$$



Obr. 8.3 Profily o různých drsnostech



Obr. 8.4 Složený průřecný profil

8.1.7 Složené profily



V upravených i v přirozených říčních tratích se často vyskytují profily na způsob Obr. 8.4, složené z částí hlubších a mělčích. V těchto vzájemně velmi odlišných částech protéká voda různými rychlostmi, a proto při výpočtu dělíme profil na části - na hlubší kynetu a mělčí bermu. Průtoky v těchto částech počítáme samostatně, čímž dostáváme výsledky, které se lépe shodují se skutečností:

$$Q = Q_{\text{kyneta}} + Q_{\text{berma}} \quad (8.8)$$

Na hranicích obou částí vznikají následkem velkého rozdílu rychlostí v jednotlivých částech koryta víry se svislou osou, které pohyb brzdí. Je proto zvykem počítat délku hraniční svislice $\overline{43}$ do omočeného obvodu kynety (Obr. 8.4), tedy:

$$O_{\text{kyneta}} = \overline{43567}, \quad O_{\text{berma}} = \overline{123}.$$

Pravidlem je, že svislice se započítávají jen jednou do omočeného obvodu, a to zpravidla do přilehlé části koryta toku s větší hloubkou.

8.1.8 Uzavřené profily s volnou hladinou



Ve štolách, v propustcích a ve stokách protéká voda někdy s volnou hladinou a hloubkou h , která je menší než výška průřezu D (Obr. 8.5). Toto proudění se výrazně liší od tlakového proudění. Nejčastěji jde o průřezy kruhové, vejčité, parabolické, podkovovité nebo tlamovité.

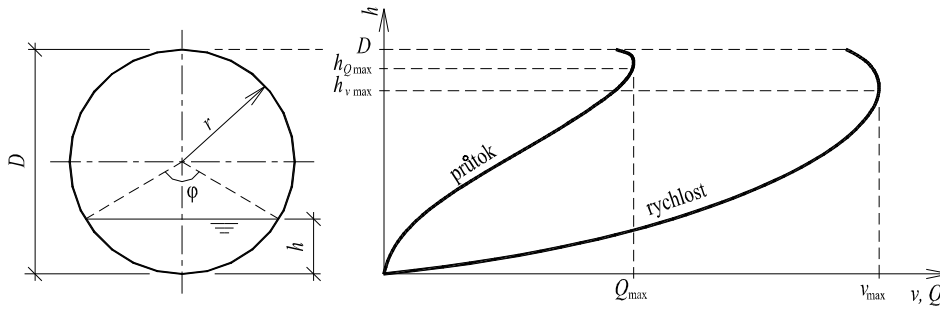
V zásadě jde opět o proudění s volnou hladinou, u kterého počítáme průřezovou rychlost při rovnoměrném proudění z Chézyho rovnice. Nepravidelnosti nastávají jen při průtocích, jejichž hloubka h se blíží světlé výšce D . Např. u obdélníkového profilu propustku nebo štoly v okamžiku, kdy stoupající voda zaplní celý profil, vzroste náhle omočený obvod o celou světlou šířku profilu, tím se zmenší hydraulický poloměr R , klesne rychlost i průtok. U kruhového profilu (Obr. 8.5) jsou tyto změny plynulé, ale i zde při stoupajícím h roste rychleji omočený obvod než průřecná plocha, takže rychlost i průtok klesají. Maximální průřezová rychlost v_{max} i maximální průtok Q_{max} nastává při hloubce $h < D$, přičemž hloubka při maximální průřezové rychlosti v_{max} je menší než hloubka při maximálním průtoku Q_{max} .



Výpočet hloubky vody (pro daný průtok Q a podélný sklon dna koryta $i_0 = i$) při ustáleném rovnoměrném proudění v potrubí kruhového průřezu s volnou hladinou se stanoví z měrné křivky, je-li dáno:

- průměr potrubí D , resp. poloměr r ;
- drsnostní součinitel stěn potrubí n ;
- průtok Q ;
- sklon i ;

Pro výpočet průtoku při poloze hladiny h lze použít tabulku Tab. 8.2.


Obr. 8.5 Kruhový průřez potrubí

Tab. 8.2

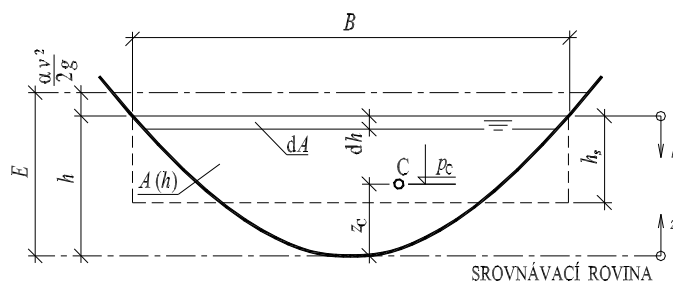
popis	označení	výpočet	jednotka
středový úhel - pro $h < r$ - pro $h > r$	φ	$\varphi = 2 \arccos \frac{r-h}{r}$ $\varphi = 2\pi - 2 \arccos \frac{h-r}{r}$	rad
průtočný průřez	A	$A = \frac{r^2}{2} (\varphi - \sin \varphi)$	m^2
omočený obvod	O	$O = \varphi r$	m
hydraulický poloměr	R	$R = \frac{A}{O}$	m
rychlostní součinitel (dle Manninga)	C	$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$	$\text{m}^{0,5}/\text{s}$
průřezová rychlost	v	$v = C \sqrt{Ri}$	m/s
průtok	Q	$Q = v A$	m^3/s
ztráta třením v korytě	h_t	$h_t = i L$	m

Maximální průtok Q_{\max} v kruhovém potrubí je při hladině $h = 0,95D$ (tj. při $\varphi = 308^\circ$) a maximální rychlost v_{\max} při $h = 0,813D$ (tj. při $\varphi = 257^\circ 30'$). Dále lze odvodit, že:

- při $h = 0,5 D$ je rychlost stejná jako při průtoku celým průřezem;
- při $Q = 0,33 Q_D$ je rychlost $v = 0,9 v_D$.

Tyto okolnosti jsou příznivé, poněvadž i při poměrně malém průtoku jsou ve kruhovém průřezu poměrně velké rychlosti, které zabraňují usazování splavenin a zanášení profilu.

8.1.9 Měrná energie průřezu


Obr. 8.6 Měrná energie průřezu



V obecném průřezu otevřeného koryta (Obr. 8.6) předpokládáme přibližně ve všech bodech průřezu stejnou bodovou rychlost u , rovnou průřezové rychlosti v . Je-li hloubka h nejkratší vzdálenost mezi hladinou a nejnižším bodem dna v průřezu, z výška libovolného bodu C nad nejnižším bodem dna, můžeme napsat Bernoulliho rovnici pro proudnici procházející bodem C (srovnávací rovina prochází nejnižším bodem dna v průřezu):

$$z_C + \frac{p_C}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} = konst., \quad (8.9)$$

kde α je Coriolisovo číslo. Nejsou-li proudnice zakřiveny, tedy předpokládáme, že tlak v proudící kapalině je rozdělen podle pravidel hydrostatiky, bude v bodě C hydrostatický tlak určen tlakovou výškou:

$$\frac{p_C}{\rho g} = h - z_C. \quad (8.10)$$

Dosazením (8.10) do Bernoulliho rovnice (8.9) obdržíme:

$$z_C + h - z_C + \frac{\alpha v^2}{2g} = konst. = E; \quad A = f(h),$$

$$E = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g A^2}; \quad A = f(h). \quad (8.11)$$

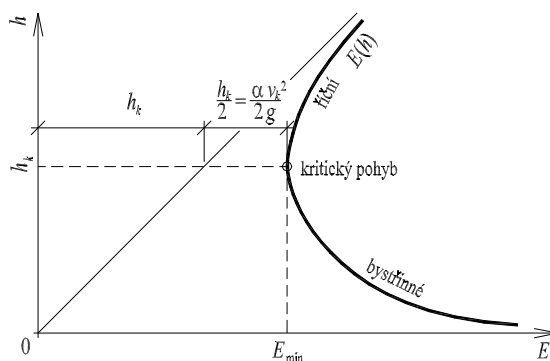


Rovnice (8.11) vyjadřuje energetickou výšku průřezu E . **Energetická výška průřezu E (měrná energie průřezu) je tedy množství mechanické energie, které přísluší jednotce tíhy průtoku určitým průřezem, která je vztažena k úrovni nejnižšího bodu tohoto průřezu.**

8.1.10 Proudění kritické, říční a bystřinné



Pro konstantní průtok Q volme v obecném řezu (Obr. 8.6) různé hloubky h v mezích od nuly po nekonečno a počítejme příslušné hodnoty energetické výšky průřezu E . Výsledky vyneseme graficky (Obr. 8.7).



Obr. 8.7 Energetická výška průřezu



Bliží-li se h a tedy i A k nule, vzrůstá potřebná rychlost k převedení daného Q nade všechnu mez. Jinými slovy E se blíží k nekonečnu. Křivka se asymptoticky blíží k vodorovné ose E .

Vzrůstá-li h do nekonečna, blíží se rychlost potřebná k převedení daného Q k nule a E se opět blíží k nekonečnu. Křivka se asymptoticky blíží k přímce $E = h$, půlící úhel obou os. Vrcholu E_{\min} , jemuž přísluší hloubka h_k , má nejen shora uvedený význam matematický, že měrná energie průřezu pro dané Q je při něm minimální, ale i důležitý smysl fyzikální. Hloubku h_k nazýváme **kritickou** a proudění pak **proudění kritické**. Proudění při daném konstantním průtoku Q při hloubkách:

- $h > h_k$ nazýváme **říčným prouděním** (velká hloubka a malá rychlost),
- $h < h_k$ **bystřinným prouděním** (malá hloubka a velká rychlost).

Kritické proudění tvoří rozhraní mezi těmito dvěma režimy. Při kritickém pohybu protéká průtok Q daným průřezem s vynaložením nejmenší energie.

Rychlost při kritickém pohybu nazýváme **rychlostí kritickou**, která je přibližně rovna rychlosti šíření translačních vln na hladině. Při říčném proudění je rychlost vody menší než kritická, je tedy menší než rychlost šíření vln, které mohou postupovat po hladině směrem po proudu i proti němu. Povrch proudu říčního je nerovný, zvlňžený. Naopak při bystřinném proudění je rychlost proudění větší než rychlost kritická a vlna nemůže tedy postupovat proti proudu. Povrch proudu bystřinného je hladký, lesklý.

Kritickým sklonem i_k nazýváme sklon, při kterém v daném profilu protéká daný průtok Q rovnoměrně konstantní hloubkou rovnou hloubce kritické h_k .

Kritický pohyb určíme z podmínky minima rovnice (8.11), kdy platí $\frac{dE}{dh} = 0$:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \frac{dA}{dh}, \quad \frac{dA}{dh} = B, \quad (8.12)$$

kde průtočná plocha $A(h)$ je také závislá na h . Tedy při označení hodnot kritického pohybu indexem k , bude platit při $\frac{dE}{dh} = 0$ rovnost:

$$1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B_k}{A_k^3} = 0,$$

tedy:

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A_k^3}{B_k}. \quad (8.13)$$

Rovnice (8.13) je obecná podmínka kritického pohybu. Dosadíme-li za $Q = v_k A_k$, dostaneme zvláštní závislost kritického pohybu:

$$\frac{\alpha v_k^2 A_k^2}{g} = \frac{A_k^3}{B_k}, \quad \frac{\alpha v_k^2}{2g} = \frac{A_k}{2B_k}. \quad (8.14)$$

Rychlostní výška kritického pohybu se rovná polovině průměrné hloubky h_s průtočného průřezu, kdy platí:

$$h_s = \frac{A_k}{B_k}.$$



8.1.11 Určení kritické hloubky ve vybraných profilech



Důležitost znalosti kritické hloubky, která charakterizuje přechod z proudění bystrinného do říčního, je důvodem pro stanovení její hodnoty.



- **Průřez obecného tvaru:**

a) pro několik zvolených hloubek h spočítáme E , vyneseme závislost $E(h)$ (Obr. 8.7) a z ní určíme h_k ;

b) nebo vyjdeme ze vztahu (8.13) pro energetické minimum. Pro několik hloubek h stanovíme závislost $\frac{A^3}{B}$ jako funkci hloubky h . Pro daný průtok Q vypočteme $\frac{\alpha Q^2}{g}$ a ze závislosti $\frac{A^3}{B}(h)$ odečteme kritickou hloubku h_k , pro kterou platí, že se rovná této vypočtené hodnotě $\frac{\alpha Q^2}{g}$.



- **Obdélník šířky b ($A = b h$):**

z rovnice (8.13) pro energetické minimum platí:

$$A_k = b h_k; \quad B = b; \quad \frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{b^3 h_k^3}{b};$$

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g b^2}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}; \quad v_k = \sqrt[3]{\frac{g Q}{\alpha b}}; \quad i_k = \frac{v_k^2}{C_k^2 R_k}, \quad (8.15)$$

kde v_k je kritická rychlost, i_k kritický sklon a $q = \frac{Q}{b}$ specifický průtok.



- **Symetrický lichoběžník** se sklonem svahů 1:m a se šířkou ve dně b .

Pro daný specifický průtok $q = \frac{Q}{b}$ se určí h_{k0} pro obdélník se šířkou b rovnou šířce dna lichoběžníku. Pro lichoběžník pak s dostatečnou přesností platí:

$$h_k = h_{k0} \left(1 - \frac{\sigma}{3} + 0,105 \sigma^2 \right), \quad \sigma = \frac{m h_{k0}}{b}, \quad h_{k0} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g b^2}}, \quad (8.16)$$

kde σ je součinitel, který charakterizuje sklony svahů lichoběžníkového profilu.



- **Částečně plněný kruhový průřez o průměru D :**

- podle Diskina: $h_k = D \left[\frac{1,05 Q}{\sqrt{g D^5}} \right]^{0,513}$ (s platností $0,05 < h_k/D < 0,85$);

- podle Abbotta: $h_k = \frac{\sqrt{0,32 Q}}{D^{1/4}}$.

8.1.12 Froudovo kritérium



Režim proudění (říční, bystrinný) můžeme také určit pomocí bezrozměrného Froudova kritéria (v literatuře označované jako Froudovo číslo):

$$Fr = \frac{\alpha v^2}{g h_s} = \frac{\alpha v^2 B}{g A} = \frac{\alpha Q^2 B}{g A^3}, \quad (8.17)$$

kde $h_s = \frac{A}{B}$ je střední hloubka průřezu s průtočnou plochou A a šířkou v hladině B . Hodnota Froudova kritéria indikuje pohyb:

- **kritický** $Fr = 1$,
- **říční** $Fr < 1$,
- **bystřinný** $Fr > 1$.



8.2 Nerovnoměrné ustálené proudění vody v otevřených korytech

Jak je uvedeno v úvodu Kap. 8.1, v přírodě se **ustálené rovnoměrné proudění** v korytech s volnou hladinou **vyskytuje velmi zřídka**. Při tomto proudění je podélný sklon koryta i_0 stejný se sklonem hladiny i_h a sklonem čáry energie i .



V přirozených korytech, nebo v upravených korytech, jejichž průtočný průřez a sklonové poměry se mění po délce toku, je **proudění nerovnoměrné**. My se však budeme zabývat pouze prouděním ustáleným nerovnoměrným, kdy průtok **je v čase neměnný** (konstantní) a tedy i hydraulické charakteristiky (průřezová rychlost, průtočná plocha, drnostní součinitel, atd.) jsou **nezávislé na čase, ale v prostoru (po délce) se mění**. Při tomto proudění dochází ve směru pohybu vody ke ztrátám energie v důsledku:

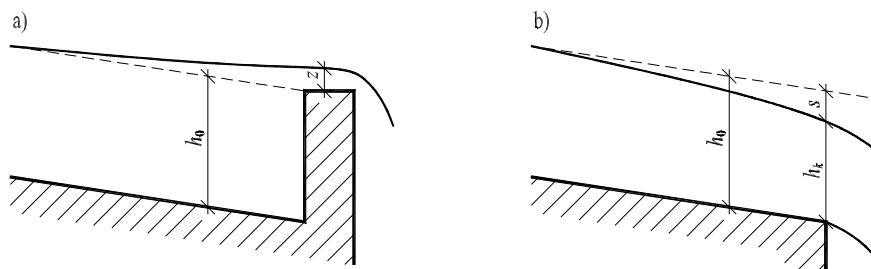
- tření o stěny vedení a vnitřního tření mezi jednotlivými proudovými vlákny - **ztráty třením**;
- změnami průtočných průřezů - **ztráty místní**.

8.2.1 Křivky vzduť a snížení

Nechť otevřeným korytem o sklonu i_0 protéká rovnoměrně (viz Kap. 8.1) konstantní průtok Q konstantní hloubkou h_0 . Je-li proudění říční a



- postaví-li se do proudu překážka (jez, mostní pilíře, ...) zvýší se hladina o hodnotu z . Hladina vytvoří v podélném profilu **křivku vzduť** (sklon hladiny je vždy menší než sklon dna) a směrem proti proudu se asymptoticky blíží původní nevzduté hladině s hloubkou h_0 (Obr. 8.8 a).
- vzniknou-li v některém místě koryta podmínky pro pohyb menší hloubkou než h_0 (např. stupněm ve dně nebo rozšířením koryta), hladina se sníží o s . Hladina vytvoří **křivku snížení** (sklon hladiny je vždy větší než sklon dna), která v určité vzdálenosti směrem proti proudu splyne s původní hladinou rovnoměrného proudění s hloubkou h_0 (Obr. 8.8 b).



Obr. 8.8 Křivky a) vzduť, b) snížení



V přirozených vodních tocích se velikost profilů mění, a proto v nich průběh hladiny bývá tvořen jako sled *křivek vzduť* (na přechodech z menších profilů do větších, z větších rychlostí do menších) a *snížení* (za opačných okolností).

8.2.2 Řešení nerovnoměrného pohybu metodou po úsecích



Obecné koryto proměnlivého příčného profilu se rozdělí na úseky o délkách ΔL_j . V jednotlivých úsecích předpokládáme, že průtočné profily a tedy i rychlosti se mění spojitě z hodnot A_i, v_i v horním profilu na hodnoty A_{i+1}, v_{i+1} v dolním profilu. Nechť průměrný podélný sklon koryta daného úseku nechť je i_{0j} a celková ztráta energie tohoto úseku h_{zj} . Pak pro srovnávací rovinu proloženou dnem dolního profilu (ve směru proudění) plyne z Bernoulliho rovnice pro všechna proudová vlákna profilů 1 a 2 (Obr. 8.9):

$$i_{0j} \Delta L_j + h_i + \frac{\alpha v_i^2}{2g} = h_{i+1} + \frac{\alpha v_{i+1}^2}{2g} + h_{zj}, \quad (8.18)$$

označíme-li rozdíl hladin na úseku j Δh_j :

$$\Delta h_j = i_{0j} \Delta L_j + h_i - h_{i+1},$$

obdržíme po úpravě:

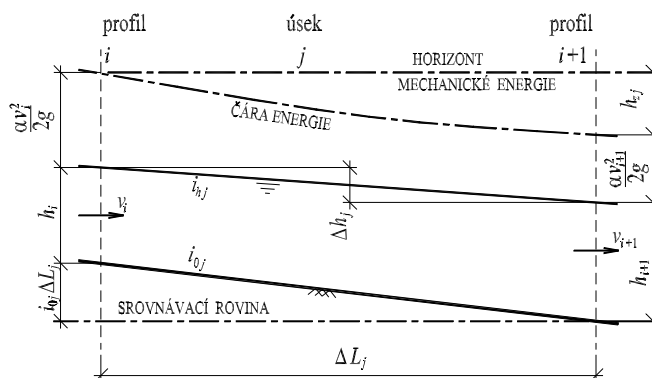
$$\Delta h_j = \frac{\alpha (v_{i+1}^2 - v_i^2)}{2g} + h_{zj}, \quad (8.19)$$

kde α je Coriolisovo číslo, které předpokládáme konstantní na celém úseku a g tíhové zrychlení.



Druhý člen na pravé straně (8.19), značící rozdíl rychlostních výšek, může být:

- záporný - **křivka vzduť** (rychlost ve směru pohybu se zmenšuje);
- kladný - **křivka snížení** (je zapotřebí vynaložit energii na překonání odporů a na zrychlení vody).



Obr. 8.9 Schéma pro výpočet nerovnoměrného proudění



Celkové ztráty h_{zj} na úseku j dostaneme jako součet **ztrát třením** h_{tj} a **ztrát místních** h_{mj} :

$$h_{zj} = h_{tj} + h_{mj}. \quad (8.20)$$



Ztráty třením vyjadřujeme z Chézyho rovnice pro úsek j , který je ohraničen profily i a $i+1$:

$$h_{tj} = i_{pj} \Delta L_j, \quad (8.21)$$

kde i_{pj} je průměrný sklon čáry energie.

Výpočet i_{pj} můžeme provést několika způsoby:

$$a) i_{pj} = \frac{Q^2}{K_{pj}^2}, \quad K_{pj} = \frac{K_i + K_{i+1}}{2}, \quad K_i = C_i A_i \sqrt{R_i}, \quad (8.22)$$

$$b) i_{pj} = \frac{i_{pi} + i_{pi+1}}{2}, \quad i_{pi} = \frac{Q^2}{C_i^2 A_i^2 R_i}, \quad i_{pi+1} = \frac{Q^2}{C_{i+1}^2 A_{i+1}^2 R_{i+1}}, \quad (8.23)$$

$$c) i_{pj} = \frac{Q^2}{A_{pj}^2 C_{pj}^2 R_{pj}}, \quad A_{pj} = \frac{A_i + A_{i+1}}{2},$$

$$C_{pj} = \frac{C_i + C_{i+1}}{2}, \quad R_{pj} = \frac{R_i + R_{i+1}}{2}. \quad (8.24)$$

d) u prizmatických koryt:

$$i_{pj} = \frac{Q^2}{A_{pj}^2 C_{pj}^2 R_{pj}}, \quad h_{pj} = \frac{h_{i+1} + h_i}{2}, \quad C_{pj}, A_{pj}, R_{pj} = f(h_{pj}). \quad (8.25)$$

Jako nejvhodnější se jeví použití vztahu, který dává i pro extrémní poměry prakticky stejné výsledky, a tím jsou vztahy (8.24).

Ztráty místní, které vyjadřují ztráty změnou průřezu a jsou způsobeny především tvarovými rozdíly mezi profily, můžeme vyjádřit jako část absolutní hodnoty rozdílu rychlostních výšek:

$$h_{mj} = \xi \left| \frac{\alpha v_{i+1}^2 - \alpha v_i^2}{2g} \right|, \quad (8.26)$$

kde ξ je součinitel místní ztráty (Tab. 8.3).

Tab. 8.3 Součinitelé místní ztráty

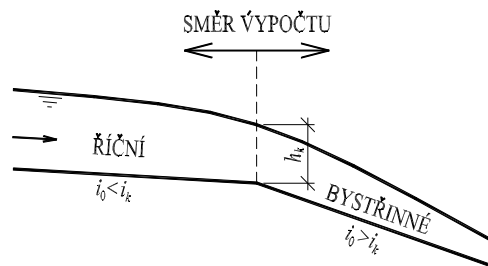
rozšíření ($v_i > v_{i+1}$)	zúžení ($v_i < v_{i+1}$)
pozdvolné rozšíření: $\xi = 0,2 \sim 1,0$	pozdvolné zúžení: $\xi = 0,0 \sim 0,1$
náhlé rozšíření: $\xi = 0,5 \sim 1,0$	náhlé zúžení: $\xi = 0,5 \sim 1,0$

Vlastní řešení začíná vždy v profilu, kde je známá hloubka vody (zadaná okrajová podmínka):

- při říčním proudění, např.:
 - hloubka vody před jezem;
 - kritická hloubka vody při přechodu z říčního do bystřinného proudění (Obr. 8.10), atd.;
- při bystřinném proudění, např.:
 - kritická hloubka vody při přechodu z říčního do bystřinného proudění (Obr. 8.10), atd.

Postup při výpočtu průběhu hladiny je pak v závislosti na režimu proudění (Obr. 8.10) následující:

- při říčním proudění postupujeme ze zadané hloubky v dolním profilu směrem proti proudu (okrajová podmínka se zadává do dolního profilu);
- při bystřinném proudění postupujeme ze zadané hloubky v horním profilu směrem po proudu (okrajová podmínka se zadává do horního profilu).



Obr. 8.10 Směr výpočtu při řešení nerovnoměrného proudění metodou po úsecích



Řešíme-li **celkovou délku nerovnoměrného proudění**, tj. vzdálenost až po profil s rovnoměrným prouděním, neuvažujeme jako konečnou hloubku při rovnoměrném proudění h_0 (ta se teoreticky dosáhne v nekonečnu), ale hloubku:

$$h = h_0 \pm 0,01 h_0, \quad (8.27)$$

kde znaménka jsou v závislosti na režimu proudění následující:

- při **říčném proudění** -znaménko „+“ je pro řešení křivky vzduť a „-“ pro křivku snížení,
- při **bystrinném proudění** -znaménko „-“ je pro řešení křivky vzduť a „+“ pro křivku snížení.

8.2.3 Řešení nerovnoměrného pohybu metodou po úsecích v prizmatických korytech



U prizmatických koryt, tj. koryt, jejichž průtočný průřez se po délce nemění, ale mění se jejich podélný sklon, se dominantně realizují ztráty energie třením a **místní ztráty se zanedbávají**. Koryto po délce rozdělíme na jednotlivé úseky a při výpočtu můžeme postupovat dvěma způsoby:



- pro zvolený rozdíl hladin Δh_j na úseku j **dopočítáme ΔL_j** :

zavedením:

$$E_i = h_i + \frac{\alpha v_i^2}{2g} \quad \text{a} \quad E_{i+1} = h_{i+1} + \frac{\alpha v_{i+1}^2}{2g},$$

můžeme (8.18) zapsat do tvaru:

$$i_{0j} \Delta L_j + E_i = E_{i+1} + h_{zj}, \quad \text{kde} \quad h_{zj} = h_{tj} = i_{pj} \Delta L_j.$$

Odtud pro vzdálenost mezi profily platí:

$$\Delta L_j = \frac{E_{i+1} - E_i}{i_{0j} - i_{pj}}, \quad (8.28)$$

kde průměrný sklon čáry energie určíme ze vztahů (8.22) až (8.25).

Celkovou délku toku L , na které dojde při nerovnoměrném proudění ke změně hloubky vody v korytě z počáteční na konečnou hloubku dostaneme tak, že sečteme dílčí délky úseků:

$$L = \sum_j \Delta L_j. \quad (8.29)$$

- pro zvolenou vzdálenost ΔL_j na úseku j hledáme rozdíl hladin Δh_j podle rovnice (8.19):

$$\Delta h_j = \frac{\alpha(v_{i+1}^2 - v_i^2)}{2g} + h_{zj}, \quad \text{kde} \quad h_{zj} = h_{tj} = i_{pj} \Delta L_j;$$

$$\Delta h_j = \frac{\alpha(v_{i+1}^2 - v_i^2)}{2g} + i_{pj} \Delta L_j, \quad (8.30)$$

kde průměrný sklon čáry energie určíme ze vztahů (8.22) až (8.25). Např. zavedením vztahu (8.25) a následnou úpravou nabude rovnice (8.30) tvaru:

$$\Delta h_j = \frac{\alpha Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_{i+1}^2} - \frac{1}{A_i^2} \right) + \frac{Q^2}{A_{pj}^2 C_{pj}^2 R_{pj}} \Delta L_j, \quad (8.31)$$

$$\Delta h_j = \frac{\alpha Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_{i+1}^2} - \frac{1}{A_i^2} \right) + \frac{Q^2}{K_{pj}^2} \Delta L_j,$$

$$h_{pj} = \frac{h_{i+1} + h_i}{2}, \quad C_{pj}, A_{pj}, R_{pj} = f(h_{pj}), \quad K_{pj} = A_{pj} C_{pj} \sqrt{R_{pj}}.$$

Postup se poté provádí postupným přibližováním (např. metodou "pokus-omyl"), tj. odhadneme $\Delta h'_j$, dopočítáme pravou stranu rovnice (8.30) a tu porovnáme s odhadnutou hodnotou $\Delta h'_j$. Přibližování provádíme tak dlouho, až se odhadnuté $\Delta h'_j$ a vypočítané Δh_j přibližně rovnají.

Při malých rozdílech rychlostí v sousedních profilech a u křivek vzduť, kdy je rozdíl rychlostních výšek zanedbatelný - první člen na pravé straně rovnice (8.30), můžeme rozdíl hladin vypočítat přibližně podle vztahu:

$$\Delta h_j \approx h_{tj} = i_{pj} \Delta L_j = \frac{Q^2}{A_{pj}^2 C_{pj}^2 R_{pj}} \Delta L_j = \frac{Q^2}{K_{pj}^2} \Delta L_j. \quad (8.32)$$

8.2.4 Řešení nerovnoměrného pohybu metodou po úsecích v přirozených korytech

V přírodě se zřídka vyskytuje proudění v prizmatických korytech. Příčný profil přirozeného neupraveného koryta, jeho tvar a jeho geologické složení, i výškové poměry dna koryta se po délce toku mění a výpočet nerovnoměrného proudění v tomto korytě je hydraulický složitější.

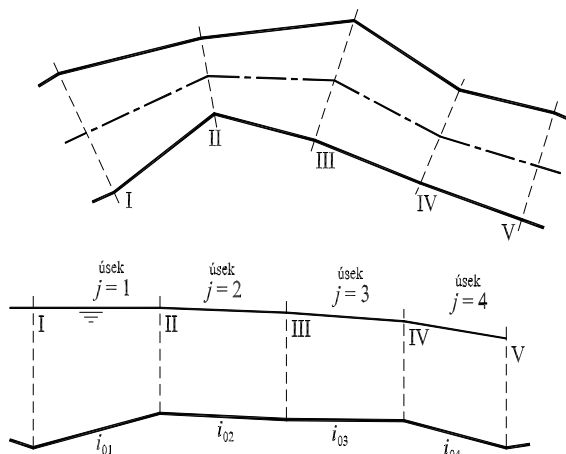
Při proudění se realizují **ztráty** jak **třením** o stěny vedení (dno a břehy) a mezi jednotlivými proudovými vlákny (způsobené viskozitou vody) tak také **ztráty místní** způsobené změnami příčného profilu koryta.

Délka úseků, na rozdíl od prizmatických koryt, nemůže být volena libovolně, ale koryto po délce rozdělíme na takové úseky, ve kterých je možné mezi sousedními dvěma profily stanovit:

- jak ztráty třením charakterizované průměrným sklonem čáry energie;
- tak ztráty místní způsobené změnami příčného profilu.



Proto se výpočtové profily (ve kterých počítáme průběh hladiny tj. hloubky vody) vkládají do směrových a výškových lomů koryta jak je patrné z Obr. 8.11.



Obr. 8.11 Rozdělení koryta na úseky s rovnoměrným rozšířením či zúžením a se změnami podélného sklonu dna koryta



Výsledná rovnice pro rozdíl hladin Δh_j na úseku j , který je ohraničen profily i a $i+1$ je:

$$\Delta h_j = \frac{\alpha(v_{i+1}^2 - v_i^2)}{2g} + i_{pj} \Delta L_j + \xi \left| \frac{\alpha(v_{i+1}^2 - v_i^2)}{2g} \right|,$$

$$\Delta h_j = \frac{\alpha}{2g} \left[(v_{i+1}^2 - v_i^2) + \left| \xi (v_{i+1}^2 - v_i^2) \right| \right] + i_{pj} \Delta L_j, \quad (8.33)$$

kde průměrný sklon čáry energie i_{pj} určíme ze vztahů (8.22) až (8.24) a součinitel místních ztrát ξ z Tab. 8.3.

Rovnici (8.33) můžeme např. zavedením vztahu (8.24) dále upravit do tvaru:

$$\Delta h_j = Q^2 \left[\frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{A_{i+1}^2 - A_i^2} + \left| \frac{\xi}{A_{i+1}^2 - A_i^2} \right| \right) + \frac{\Delta L_j}{A_{pj}^2 C_{pj}^2 R_{pj}} \right]. \quad (8.34)$$



Při výpočtu průběhu hladiny po délce toku postupujeme:

- délka toku se rozdělí na úseky tak, aby se úsek dal charakterizovat **průměrným příčným profilem** (hranice úseku se vkládá do místa náhlé geometrické změny a změny podélného spádu dna, stejně tak jako i do místa zaústění přítoku - změna Q);
- určí se okrajové podmínky pro daný průtok Q ;
- pro odhadnuté $\Delta h'_j$ se vypočtou potřebné charakteristiky druhého profilu (h, A, C, R, v) a dále pak průměrné charakteristiky;
- řeší se rovnice (8.33), vyjde-li odlišná od odhadnuté hodnoty $\Delta h'_j$, opakuje se předchozí bod výpočtu s novým opraveným odhadem $\Delta h'_j$ až do úrovně požadované shody (přibližně 1 cm);
- řeší se další úsek.

8.2.5 Výpočet průtoku ze známého průběhu hladiny

Velice důležitým úkolem je sledování průběhu velkých vod a určování jemu odpovídajícímu průtoku. Jsou-li při kulminaci povodně fixovány v určité říční trati výšky hladiny ve vybraných profilech, můžeme nivelací určit dostatečně podrobně průběh podélného profilu hladiny a můžeme také zaměřit vybrané příčné profily (tachymetricky, příp. nivelací). Můžeme-li dále spolehlivě určit drnostní součinitel koryta, pak nám tyto údaje postačí k určení průtoku Q . Předpokladem však je, že povodňová vlna je **plynulá a pozvolná**, a lze ji tedy přibližně považovat za ustálené nerovnoměrné proudění.



- Prizmatické koryto:

Na úseku j , který je ohraničen dvěma profily i a $i+1$, zaměříme hladiny a z nich stanovíme rozdíl hladin Δh_j . Dále změříme vzdálenost mezi profily ΔL_j a parametry příčných profilů A_i , O_i a vypočteme R_i , C_i . Pro průměrné hodnoty $A_{p j}$, $C_{p j}$ a $R_{p j}$ můžeme vypočítat průtok korytem Q z rovnice (8.31):



$$Q = \sqrt{\frac{\Delta h_j}{\frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{A_{i+1}^2} - \frac{1}{A_i^2} \right) + \frac{\Delta L_j}{A_{p j}^2 C_{p j}^2 R_{p j}}}}. \quad (8.35)$$

- Přirozené koryto:

Pro změřený rozdíl hladiny ve dvou profilech lze vypočítat průtok Q podle (8.34):



$$Q = \sqrt{\frac{\Delta h_j}{\frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{A_{i+1}^2 - A_i^2} + \left| \frac{\xi}{A_{i+1}^2 - A_i^2} \right| \right) + \frac{\Delta L_j}{A_{p j}^2 C_{p j}^2 R_{p j}}}}. \quad (8.36)$$

Obvykle se zaměřuje trať, která je složená z n úseků, kde máme zaměřené rozdíly hladin Δh_1 , Δh_2 , ... Δh_n a parametry n_n , A_n , R_n , C_n jednotlivých profilů. Pro každý úsek platí rovnice (8.36), jednotlivé hodnoty se sečtou a průtok vypočteme ze vztahu:

$$Q = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n \Delta h_j}{\sum_{i=1}^{n+1} \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{A_{i+1}^2 - A_i^2} + \left| \frac{\xi}{A_{i+1}^2 - A_i^2} \right| \right) + \sum_{j=1}^n \frac{\Delta L_j}{A_{p j}^2 C_{p j}^2 R_{p j}}}}.$$

Což je vyjádření průtoku ze zaměřené trati přirozeného koryta – hladin a profilů.

8.2.6 Výpočet průtoků v ramenech koryta

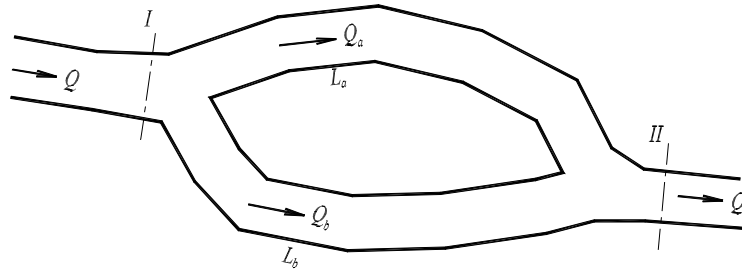
Často se v říčních korytech stává, že se koryto větví do dvou ramen, které se po určité vzdálenosti opět spojí. Úkolem je stanovení průtoků v jednotlivých ramenech koryta a a b , ze zaměřených rozdílů hladin Δh_{I-II} v profilech I a II (Obr. 8.12). Pro skutečné vzdálenosti mezi profily v jednotlivých ramenech





koryta ΔL_a a ΔL_b a pro stanovené hodnoty průměrných modulů průtoku v jednotlivých ramenech K_{pa} a K_{pb} musí podle (8.32) platit:

$$\Delta h_{I-II} = \frac{Q_a^2}{K_{pa}^2} \Delta L_a = \frac{Q_b^2}{K_{pb}^2} \Delta L_b.$$



Obr. 8.12 Schéma pro výpočet průtoků v ramenech toku z naměřených rozdílů hladin



Průtoky v jednotlivých ramenech vypočteme:

$$Q_a = K_{pa} \sqrt{\frac{\Delta h_{I-II}}{\Delta L_a}}, \quad Q_b = K_{pb} \sqrt{\frac{\Delta h_{I-II}}{\Delta L_b}}.$$

Celkový průtok v toku Q je roven:

$$Q = Q_a + Q_b = \sqrt{\frac{\Delta h_{I-II}}{\Delta L_a}} \left(K_{pa} + K_{pb} \sqrt{\frac{\Delta L_a}{\Delta L_b}} \right).$$

Pro rozdíl hladin platí Δh_{I-II} :

$$\Delta h_{I-II} = \frac{Q^2}{\left(K_{pa} + K_{pb} \sqrt{\frac{\Delta L_a}{\Delta L_b}} \right)^2} \Delta L_a.$$



Př. 8.1

Upravený tok má složený lichoběžníkový příčný profil (Obr. 8.13). Šířka dna kynety je $b_{kyn} = 30$ m, dna berem jsou $b_b = 25$ m široké, břehy jsou ve sklonu 1:2 ($m = 2$) a drsnostní součinitel dna i břehů je $n = 0,032$. Podélný sklon koryta je 0,5 ‰. Podélný i příčný profil jsou na velkou délku pravidelné, proudění v toku není narušeno žádnými objekty, takže hladina se vytvoří rovnoběžně se dnem, pohyb je rovnoměrný. Jaký je průtok Q , který protéká korytem rovnoměrně hloubkou $h = 2$ m.

$$b_{kyn} = 30,0 \text{ m};$$

$$b_b = 25,0 \text{ m};$$

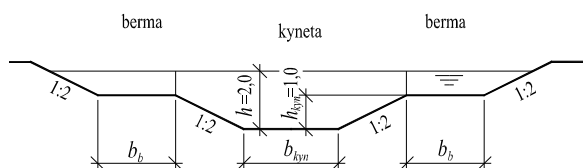
$$n = 0,032;$$

$$i = 0,0005;$$

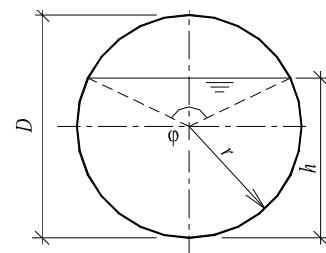
$$h = 2,0 \text{ m};$$

$$m = 2;$$

$$Q = ? \text{ m}^3/\text{s}.$$



Obr. 8.13 Složený profil



Obr. 8.14 Kruhový profil

Řešení:

Průtočné množství vypočteme zvlášť v kynetě a v bermách:

kyneta:

$$\begin{aligned} A_{kyn} &= h (b_{kyn} + m h) - m (h - h_{kyn})^2; \\ A_{kyn} &= 2 * (30 + 2 * 2) - 2 * (2 - 1)^2; \\ A_{kyn} &= 66,0 \text{ m}^2; \end{aligned}$$

$$O_{kyn} = b_{kyn} + 2(h - h_{kyn}) \sqrt{m^2 + 1^2} + 2(h - h_{kyn}); \quad O_b = b_b + (h - h_{kyn}) \sqrt{m^2 + 1^2};$$

$$O_{kyn} = 30 + 2 * (2 - 1) \sqrt{2^2 + 1^2} + 2(2 - 1); \quad O_b = 25 + (2 - 1) \sqrt{2^2 + 1^2};$$

$$O_{kyn} = 36,4721 \text{ m};$$

$$R_{kyn} = \frac{A_{kyn}}{O_{kyn}} = \frac{66,0}{36,4721} = 1,8096 \text{ m};$$

$$C_{kyn} = \frac{1}{n} R_{kyn}^{1/6} = \frac{1}{0,032} 1,8096^{1/6};$$

$$C_{kyn} = 34,4969 \text{ m}^{0,5}/\text{s};$$

$$v_{kyn} = C_{kyn} \sqrt{R_{kyn} i};$$

$$v_{kyn} = 34,4969 \sqrt{1,8096 * 0,0005};$$

$$v_{kyn} = 1,038 \text{ m/s};$$

$$Q_{kyn} = A_{kyn} v_{kyn} = 66,0 * 1,038 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_{kyn} = 68,508 \text{ m}^3/\text{s};$$

berma:

$$\begin{aligned} A_b &= (h - h_{kyn}) (b_b + 0,5 m (h - h_{kyn})); \\ A_b &= (2 - 1) * (25 + 0,5 * 2 * (2 - 1)); \\ A_b &= 26,0 \text{ m}^2; \end{aligned}$$

$$O_b = b_b + (h - h_{kyn}) \sqrt{m^2 + 1^2};$$

$$O_b = 25 + (2 - 1) \sqrt{2^2 + 1^2};$$

$$O_b = 27,2361 \text{ m};$$

$$R_b = \frac{A_b}{O_b} = \frac{26,0}{27,2361} = 0,9546 \text{ m};$$

$$C_b = \frac{1}{n} R_b^{1/6} = \frac{1}{0,032} 0,9546^{1/6};$$

$$C_b = 31,0089 \text{ m}^{0,5}/\text{s};$$

$$v_b = C_b \sqrt{R_b i};$$

$$v_b = 31,0089 \sqrt{0,9546 * 0,0005};$$

$$v_b = 0,6775 \text{ m/s};$$

$$Q_b = A_b v_b = 26,0 * 0,6775 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$Q_b = 17,615 \text{ m}^3/\text{s};$$

Celkový průtok dostaneme součtem průtoků v kynetě a v bermách:

$$Q = Q_{kyn} + 2Q_b = 68,508 + 2 * 17,615 = 103,738 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Korytem protéká průtok $Q = 103,738 \text{ m}^3/\text{s}$ rovnoměrně hloubkou $h = 2,0 \text{ m}$.**Př. 8.2**

Kolik vody protéká kruhovou stokou o průměru $D = 2,0 \text{ m}$, sklonu $i = 1,0\%$, drsnostním součiniteli $n = 0,012$ a hloubkou (plnění) $h = 1,5 \text{ m}$ (Obr. 8.14).

$$D = 2,0 \text{ m};$$

$$r = 1,00 \text{ m};$$

$$i = 0,010;$$

$$n = 0,012;$$

$$h = 1,50 \text{ m};$$

$$Q = ? \text{ m}^3/\text{s}.$$

Řešení:

Výpočet provedeme podle Tab. 8.2:

$$\varphi = 2\pi - 2 \arccos \frac{h - r}{r} = 4,1888 \text{ rad};$$

$$A = \frac{r^2}{2} (\varphi - \sin \varphi) = 2,5274 \text{ m}^2;$$

$$O = \varphi r = 4,1888 \text{ m};$$

$$R = \frac{A}{O} = 0,6034 \text{ m};$$

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 76,6043 \text{ m}^{0,5}/\text{s};$$

$$v = C \sqrt{R i} = 5,95 \text{ m/s};$$

$$Q = v A = 15,038 \text{ m}^3/\text{s}.$$

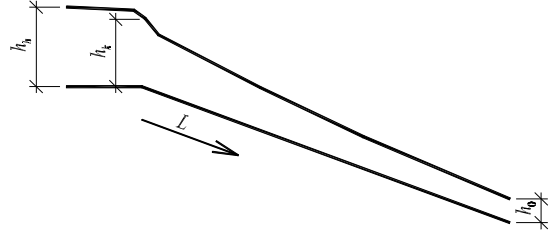
Kruhovou stokou protéká průtok cca $Q = 15,038 \text{ m}^3/\text{s}$.



Př. 8.3

Skluz (Obr. 8.15) se sklonem dna $i_0 = 50\%$ odvádí vodu z velké nádrže, ve které je hladina vody ve výšce $h_h = 3,0$ m nad úrovní dna na začátku skluzu (PF1). Skluz má betonový obdélníkový profil se šířkou ve dně $b = 5$ m. Drsnostní součinitel má velikost $n = 0,014$. Vyšetřete pro průtok $Q = 45$ m³/s průběh hladiny na skluzu. Skluz předpokládejte dostatečně dlouhý, takže na něm vznikne rovnoměrné proudění.

$$\begin{aligned} b &= 5,0 \text{ m}; \\ i_0 &= 0,05; \\ Q &= 45,0 \text{ m}^3/\text{s}; \\ n &= 0,014; \\ g &= 9,81 \text{ m/s}^2; \\ h_h &= 3,0 \text{ m}; \\ \alpha &= 1,05. \end{aligned}$$



Obr 8.15

Řešení:

1. Na začátku skluzu se vytvoří **kritická hloubka** – pro obdélníkový profil (8.15):

$$\begin{aligned} h_k &= \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g b^2}}; & v_k &= \frac{Q}{h_k b}; \\ h_k &= \sqrt[3]{\frac{1,05 * 45,0^2}{9,81 * 5,0^2}} = 2,05 \text{ m}; & v_k &= \frac{45,0}{2,05 * 5,0} = 4,39 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

2. **Hloubka při rovnoměrném proudění** v obdélníkovém korytě o podélném sklonu $i_0 = 0,05$ (z měrné křivky):

$$\begin{aligned} h_0 &= 0,79 \text{ m}; & A_0 &= 3,96 \text{ m}^2; & O_0 &= 6,58 \text{ m}; \\ & & R_0 &= 0,60 \text{ m}; & C_0 &= 65,6174 \text{ m}^{0,5}/\text{s} \text{ (dle Manninga)}; \\ & & v_0 &= 11,37 \text{ m/s}; & Q_0 &= 45,0 \text{ m}^3/\text{s}. \end{aligned}$$

3. **Výpočet průběhu hladin ve skluzu – prizmatické koryto.** Jedná se o bystřinné proudění, protože $v_0 > v_k$ a tedy při výpočtu budeme postupovat směrem po proudu. Okrajová podmínka je kritická hloubka na začátku skluzu. Ztrátu třením budeme počítat podle (8.25).

Metodou po úsecích určíme vzdálenost profilů se snižujícím se rozdílem hladin Δh_j tak, abychom dostatečně přesně vystihli průběh hladiny (aby vypočítané délky úseků ΔL_j byly přibližně stejné). Poslední hloubku budeme uvažovat hodnotou 1,01 $h_0 = 0,80$ m - viz rovnice (8.27):

$$h = \{2,05; 1,80; 1,60; 1,40; 1,20; 1,00; 0,90; 0,85; 0,82; 0,80\} \text{ m}$$

Celý výpočet uspořádáme do tabulky (Tab. 8.4):

$$\begin{aligned} h_{p_j} &= \frac{h_{i+1} + h_i}{2}; & A_{p_j} &= h_{p_j} b; & O_{p_j} &= 2 h_{p_j} + b; \\ & & R_{p_j} &= \frac{A_{p_j}}{O_{p_j}}; & C_{p_j} &= \frac{1}{n} R_{p_j}^{1/6}; \\ & & i_{p_j} &= \frac{Q^2}{A_{p_j}^2 C_{p_j}^2 R_{p_j}}; & E_i &= h_i + \frac{\alpha v_i^2}{2g}; \end{aligned}$$

$$\Delta L_j = \frac{E_{i+1} - E_i}{i_{0_j} - i_{p_j}}.$$

Tab. 8.4 Křivka snížení v prizmatickém korytě

h	A	$v = \frac{Q}{A}$	E	h_{p_j}	A_{p_j}	O_{p_j}	R_{p_j}	C_{p_j}	i_{p_j}	ΔL
-----	-----	-------------------	-----	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	------------

m	m ²	m/s	m	m	m ²	m	m	m ^{0,5} /s	l	m
2,05	10,25	4,39	3,08	1,93	9,63	8,85	1,088	72,4350	3,831 10 ⁻³	1,22
1,80	9,00	5,00	3,14	1,70	8,50	8,40	1,012	71,5696	5,407 10 ⁻³	3,48
1,60	8,00	5,63	3,29	1,50	7,50	8,00	0,938	70,6644	7,690 10 ⁻³	7,52
1,40	7,00	6,43	3,61	1,30	6,50	7,60	0,855	69,5913	1,157 10 ⁻²	15,58
1,20	6,00	7,50	4,21	1,10	5,50	7,20	0,764	68,2931	1,879 10 ⁻²	36,03
1,00	5,00	9,00	5,33	0,95	4,75	6,90	0,688	67,1191	2,894 10 ⁻²	43,53
0,90	4,50	10,00	6,25	0,88	4,38	6,75	0,648	66,4484	3,697 10 ⁻²	45,90
0,85	4,25	10,59	6,85	0,84	4,18	6,67	0,626	66,0633	4,253 10 ⁻²	55,80
0,82	4,10	10,98	7,27	0,81	4,05	6,62	0,612	65,8120	4,659 10 ⁻²	89,89
0,80	4,00	11,25	7,57	$L = \Sigma \Delta L_j =$						298,95

Délka toku, na které se v prizmatickém korytě sníží hloubka z hloubky $h_k = 2,05$ m na hloubku přibližně rovnou hloubce při rovnoměrném proudění $h_0 = 0,79$ m, je $L = \Sigma \Delta L_j = 298,95$ m.

Kontrolní otázky

- Definujte ustálené rovnoměrné proudění vody v otevřených korytech.
- Definujte ustálené nerovnoměrné proudění vody v otevřených korytech.
- Co je to prizmatické a neprizmatické koryto?
- Co je to křivka vzduť a snížení?



9 Vodní skok

Přechod z říčního proudění do bystřinného (např. při zlomu sklonu) bývá plynulý. Opačný přechod z bystřinného proudění do říčního se děje nespojitě - vodním skokem. Vodní skok je hydraulický jev, který vzniká při přechodu z pohybu bystřinného do říčního (za přepadem přes jez, při výtoku pod stavidlem, při změně sklonu dna toku z $i_0 > i_k$ na $i_0 < i_k$, apod.). Vyznačuje se náhlým zvětšením hloubky vody a přechodem od velké rychlosti k malé. Vodním skokem se kinetická energie mění za velké ztráty celkové energie v energii potenciální.

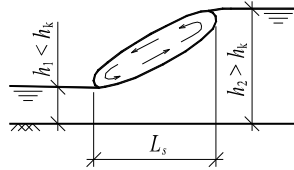


Vodní skok je charakterizován **vzájemnými hloubkami vodního skoku**, tj. hloubkou h_1 v průřezu těsně před vodním skokem při proudění bystřinném a hloubkou h_2 v průřezu těsně za vodním skokem při proudění říčním. Vzdálenost mezi těmito dvěma průřezy se nazývá **délka vodního skoku** L_s . Rozdíl vzájemných hloubek $h_2 - h_1 = h_s$ se nazývá **výška vodního skoku**.

Základním typem je **prostý vodní skok** s povrchovým válcem (Obr. 9.1). Rotující válec pokrývá základní proud a strhává se sebou vzduch. Pohyb vody



v povrchovém válci je nepravidelný. V dolní části, kde se válec dotýká základního proudu, pohybují se částice vody stejným směrem jako proud, v horní části pak směrem opačným. Mezi základním proudem a povrchovým válcem se částice neustále vyměňují.



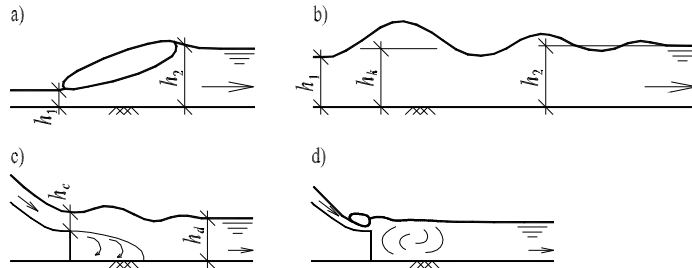
Obr. 9.1 Prostý vodní skok

9.1 Druhy vodního skoku



Vodní skok může být:

- s **dnovým režimem** (Obr. 9.2 a,b);
- nebo s **povrchovým režimem** (Obr. 9.2 c,d).



Obr. 9.2 Typy vodního skoku, a) prostý, b) vlnovitý, c) povrchový, d) povrchový - vzdutá vlna



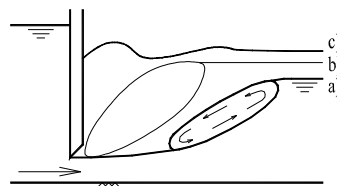
Podle hloubky h_1 při bystrinném proudění a z jí odpovídající hodnoty Froudova kritéria $Fr_1 = \frac{\alpha v_1^2}{g h_1}$ - je možné klasifikovat vodní skok s dnovým režimem:

- **vodní skok prostý** (Obr. 9.2 a) u něhož lze v podélném řezu zřetelně rozlišit základní rozbíhající se proud při dně a silně provzdušněný válec na povrchu ($Fr_1 > 3$, $h_2 > 1,8 h_k$);
- **vlnovitý vodní skok** (Obr. 9.2 b), který vzniká při malé výšce vodního skoku ($h_2 - h_1$), hlavně při $h_2 < 1,3 h_k$. Projevuje se řadou tlumených vln bez vodního válce ($Fr_1 < 3$).



Podle polohy vodního skoku s **dnovým režimem** vzhledem k vodní stavbě se rozeznává:

- vodní skok **oddálený** (Obr. 9.3 a, Obr. 9.4 a);
- vodní skok **přilehlý** (Obr. 9.3 b, Obr. 9.4 b);
- vodní skok **vzdutý** (Obr. 9.3 c, Obr. 9.4 c).



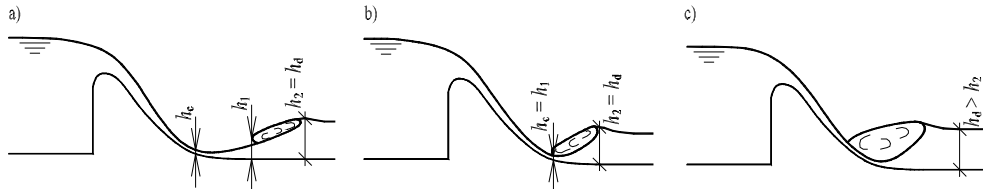
Obr. 9.3 Poloha vodního skoku vzhledem ke stavidlu



V případě **povrchového vodního skoku**, který má kompaktní roztékavý proud při povrchu a vodní válec při dně a který vzniká při zaústění bystrinného proudu nade dno, rozeznáváme:

- **povrchový vodní skok** (Obr. 9.2 c);
- **vzdutá vlna** (Obr. 9.2 d).

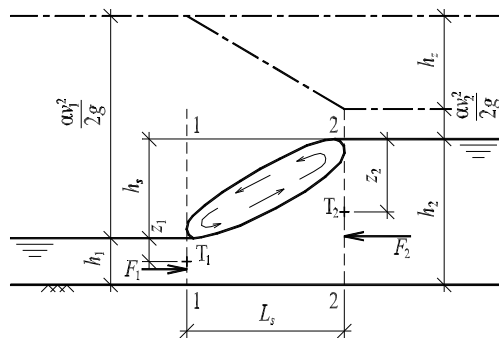
Poloha vodního skoku k vodnímu dílu závisí na hloubce vody v odpadním kanále h_d , jejíž velikost můžeme ovlivňovat různými technickými úpravami.



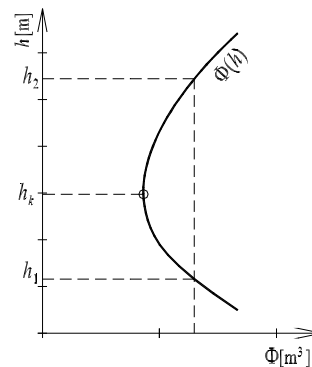
Obr. 9.4 Polohy vodního skoku, a) oddálený, b) přilehlý, c) vzdutý

9.2 Prostý vodní skok

9.2.1 Funkce vodního skoku



Obr. 9.5 Schéma k výpočtu prostého vodního skoku



Obr. 9.6 Funkce vodního skoku

Budeme řešit prostý vodní skok v prizmatickém korytě mezi řezy 1-1 a 2-2 (Obr. 9.5). Použijeme větu o hybnosti (4.28) a následující předpoklady a zjednodušení:

- malý sklon dna, takže můžeme zanedbat složku tíhy kapaliny ve směru pohybu;
- vodní skok proběhne na malé délce, proto můžeme zanedbat síly tření na stěnách koryta;
- v průřezích před (řez 1-1) a za vodním skokem (řez 2-2) je plynule se měnící pohyb, takže rozdělení tlaku uvažujeme přibližně podle pravidel hydrostatiky;
- Boussinesqovo číslo stejné v obou průřezích.

Jediné působící síly na výseku proudu jsou síly tlakové. Síly v řezu 1-1 a 2-2 jsou:

$$F_1 = \rho g z_1 A_1, \quad \text{resp.} \quad F_2 = \rho g z_2 A_2, \quad (9.1)$$





kde z_1 a z_2 jsou hloubky těžiště průtočného průřezu 1-1 a 2-2 pod hladinou a A_1 a A_2 jsou průtočné plochy. Dosazením (9.1) do (4.28) dostaneme:

$$\begin{aligned}\beta \rho Q (v_2 - v_1) &= F_1 - F_2; \\ \beta \rho Q (v_2 - v_1) &= \rho g (z_1 A_1 - z_2 A_2).\end{aligned}$$

Úpravou a zavedením $v_1 = Q/A_1$ a $v_2 = Q/A_2$ dostaneme pro prostý vodní skok platnost:

$$\frac{\beta Q^2}{g A_1} + z_1 A_1 = \frac{\beta Q^2}{g A_2} + z_2 A_2, \quad (9.2)$$

která obsahuje na obou stranách funkce hloubky. Označíme:

$$\frac{\beta Q^2}{g A_i} + z_i A_i = \Phi(h_i) \quad (9.3)$$

a tento dvojčlen nazveme **funkcí vodního skoku**. Z rovnice (9.2) vyplývá:

$$\Phi(h_1) = \Phi(h_2). \quad (9.4)$$

V grafu na Obr. 9.6 je sestrojena závislost $\Phi(h_i)$ pro daný tvar koryta a pro $Q = \text{konst.}$ Z této závislosti je patrné, že první vzájemná hloubka $h_1 < h_k$ a druhá $h_2 > h_k$. Čím menší je h_1 , tím větší je k ní vzájemná hloubka h_2 . Funkce vodního skoku nabývá minimální hodnotu při kritickém proudění ($h_1 = h_2 = h_k$). Kritická hloubka je tedy vzájemná sama sobě.

9.2.2 Výpočet vzájemných hloubek



Obyčejně jednu ze vzájemných hloubek známe a hledáme druhou. Pro hloubku h_1 lze tedy z podmínky (9.4) určit hloubku h_2 . Výpočet je vhodné vynést graficky (Obr. 9.6), odkud přímo ze závislosti $\Phi(h_i)$ nalezneme h_1 a h_2 na společné svislici.



Pro vodní skok v obdélníkovém korytě s vodorovným dnem o šířce b , můžeme analyticky odvodit jednoduchý vztah mezi vzájemnými hloubkami. Dosadíme-li do (9.2) za $A_1 = b h_1$, $A_2 = b h_2$, $z_1 = h_1/2$ a $z_2 = h_2/2$ obdržíme:

$$\begin{aligned}\frac{\beta Q^2}{g b h_1} + \frac{1}{2} b h_1^2 &= \frac{\beta Q^2}{g b h_2} + \frac{1}{2} b h_2^2 & \left| \cdot \frac{2 h_1 h_2}{b} \right., \\ \frac{2 \beta h_2 Q^2}{g b^2} + h_1^3 h_2 &= \frac{2 \beta h_1 Q^2}{g b^2} + h_1 h_2^3, \\ \frac{2 \beta Q^2}{g b^2} (h_2 - h_1) &= h_1 h_2 (h_2^2 - h_1^2), \\ \frac{2 \beta Q^2}{g b^2} &= h_1 h_2 (h_2 + h_1) & \left| \cdot \frac{1}{h_1} \right., \\ h_2^2 + h_1 h_2 - \frac{2 \beta Q^2}{g b^2 h_1} &= 0.\end{aligned}$$

Dostali jsme kvadratickou rovnici pro h_2 . Fyzikální smysl má jen její kladný kořen:

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\beta Q^2}{g b^2 h_1^3}} \right] \quad (9.5)$$

a podobně:

$$h_1 = \frac{h_2}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\beta Q^2}{g b^2 h_2^3}} \right]. \quad (9.6)$$

9.2.3 Délka vodního skoku

Vedle určení vzájemných hloubek je důležitým parametrem vodního skoku jeho délka, kterou se rozumí vzdálenost od začátku do konce krycího vodního válce. Pro výpočet délky vodního skoku v obdélníkových profilech existuje řada empirických vztahů, které dávají dosti rozdílné výsledky:

$$\text{Smetana:} \quad L_s = 6(h_2 - h_1), \quad (9.7)$$

$$\text{Pavlovsky:} \quad L_s = 2,5(1,9h_2 - h_1). \quad (9.8)$$

V literatuře lze nalézt délku vodního skoku podle Pikalova, Čertousova, Boora, atd.

9.2.4 Ztráta energie ve vodním skoku

Ztrátu energie ve vodním skoku vyjádříme z Bernoulliho rovnice pro profily 1 a 2 (Obr. 8.5):

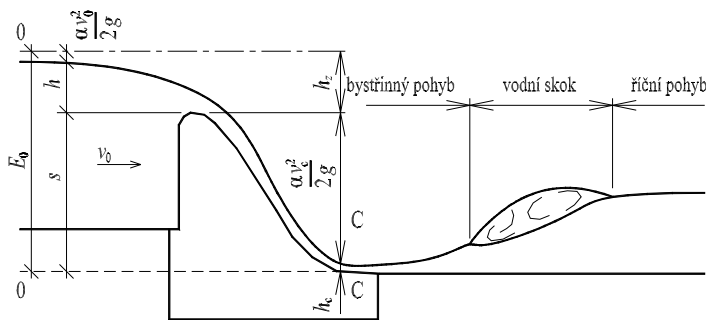
$$E_n = E_2 - E_1 = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4h_1 h_2}. \quad (9.9)$$

Ztráta je přímo úměrná třetí mocnině výšky vodního skoku h_s . Blíží-li se obě hloubky hloubce kritické, výška skoku se zmenšuje a ztrát rychle ubývá.

9.3 Spojení hladin vodních zdrží – návrh vývaru

Pojmem spojení hladin vodních zdrží označujeme komplex hydraulických jevů při přechodu vodního proudu přes vodní dílo, které začínají v horní zdrži a končí v tom místě dolní zdrže, kde se vytváří normální, přirozený odtokový režim, daný hydraulickými a geometrickými parametry koryta.

První etapa zahrnuje hydraulické jevy - ustálený výtok z nádoby otvorem a přepady. Druhá etapa obsahuje hydrauliku **vývaru**, tj. části stavby, ve které se mění bystřinné proudění na proudění říční pomocí vodního skoku. Ve třetí etapě přechází proud z vývaru do přirozeného odtokového režimu v dolní zdrži.



Obr. 9.7 Spojení zdrží vodního díla



9.3.1 Základní rovnice

Napišme Bernoulliho rovnici pro průřezy 0-0, který je ve vzdálenosti $(3 \sim 5) h$ před přelivem, a C-C těsně za přepadovým blokem, ve kterém je hloubka vodního paprsku nejmenší (Obr. 9.7):

$$E_0 = s + h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} = h_c + \frac{\alpha v_c^2}{2g} + h_z, \quad (9.10)$$

kde h_z je ztrátová výška při přechodu vodního paprsku mezi průřezy 0-0 a C-C, která lze vyjádřit vztahem:

$$h_z = \xi \frac{v_c^2}{2g}. \quad (9.11)$$

Definováním rychlostního součinitele $\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \xi}}$ můžeme psát:

$$E_0 = h_c + \frac{v_c^2}{2g \varphi^2} = h_c + \frac{Q^2}{2g \varphi^2 A_c^2}. \quad (9.12)$$

Z (9.12) můžeme určit h_c a průtočnou plochu $A_c = f(h_c)$.

Vývar vodního díla má obvykle obdélníkový průřez o šířce b . Pak bude $A_c = b h_c$ a tedy:

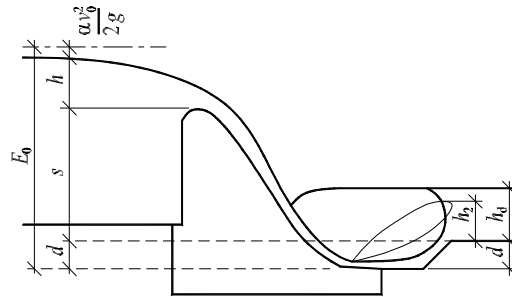
$$E_0 = h_c + \frac{Q^2}{2g \varphi^2 b^2 h_c^2}, \quad E_0 = s + h + \frac{\alpha v_0^2}{2g}, \quad q = \frac{Q}{b}, \quad (9.13)$$

$$h_c = \frac{Q}{\varphi b \sqrt{2g(E_0 - h_c)}} = \frac{q}{\varphi \sqrt{2g(E_0 - h_c)}}. \quad (9.14)$$

Rychlostní součinitel φ se určuje experimentální cestou a jeho hodnoty jsou uvedeny v Tab. 9.1. Výpočet h_c v rovnici (9.14) provádíme postupným přibližováním, tj. hledáme takové h_c , pro které platí rovnice (9.14). K hloubce h_c při bystrinném proudění vypočteme druhou vzájemnou hloubku h_2 vodního skoku podle (9.3) a (9.4).

Tab. 9.1 Hodnoty rychlostního součinitele φ

Druh příslušenství vodního díla		φ
1	výtok otvorem do vzduchu bez přelivné hrany	1,00 - 0,97
2	výtok při dně	1,00 - 0,95
3	přepady bez uzávěru	1,00
4	přepady s uzávěry	1,00 - 0,97
5	přepady s proudnicovými přelivnými plochami bez uzávěrů při hladkém povrchu přelivné plochy:	
	a) při malé délce přelivné plochy,	1,00
	b) při střední délce přelivné plochy,	0,95
	c) při velké délce přelivné plochy,	0,90
6	přepady s proudnicovými přelivnými plochami s uzávěry při hladkém povrchu přelivné plochy	0,95 - 0,85
7	přepady hrubých tvarů	0,90 - 0,80
8	přepady přes širokou korunu	0,95 - 0,85



Obr. 9.8 Zjednodušené schéma prohloubeného vývaru

9.3.2 Dimenzování podjezí - vývaru

Část koryta pod přelivy přehrad, jezů, spodními výpustmi nazýváme **podjezí - vývar**. V podjezí probíhá přechod bystřinného proudění do říčního vodním skokem a z tohoto důvodu je nutné dno opevnit.



Cílem je navrhnout podjezí tak, aby se při všech možných průtocích vytvářel vzdutý vodní skok. Většinou je hloubka vody v korytě nepostačující ($h_2 > h_d \Rightarrow$ nastal by oddálený vodní skok a dno v podjezí by bylo namáháno vysokými rychlostmi v delší trase), a proto je zapotřebí podjezí oproti korytu prohloubit. Toto prohloubení se nazývá vývarem a vodní skok v něm lze lokalizovat bezprostředně u paty přelivu jako vzdutý vodní skok. Vývar je část stavby, ve které se mění bystřinné proudění v říční vodním skokem a ve kterém se značná část mechanické energie přemění v její jiné formy (teplo, zvuk, atd.). Vytvoří se stavebním prohloubením dna (Obr. 9.8).

Hloubka vývaru



1. **posouzení typu vodního skoku** – porovnání vzájemného vztahu mezi hloubkami h_d a h_2 (Obr. 9.4), kde hloubka vody v korytě h_d za vodním skokem je pro libovolný průtok Q dána měrnou křivkou koryta $h_d = f(Q)$. Hloubka $h_2(Q)$ je vzájemná hloubka vodního skoku k hloubce $h_c(Q)$ v průřezu C-C u paty jezu podle (9.14). Je-li:

- $h_d < h_2$ - u paty jezu nejsou splněny podmínky vzniku vodního skoku a bystřinné proudění pokračuje dále. Při velkých rychlostech nastávají značné ztráty třením, energetická výška E se ve směru pohybu zmenšuje a hloubky bystřinného proudění přibývá. Toto bystřinné proudění pokračuje tak daleko, až dosáhne hloubky h_1 , která je vzájemná k hloubce $h_2' = h_d$. V tom místě jsou splněny zákonité podmínky vzniku vodního skoku, který se zde vytvoří. Může to být i velmi daleko od jezu (i několik set metrů). Jedná se o **vodní skok oddálený**;
- $h_d = h_2$ - což je případ nahodilý a zcela výjimečný. Pak jsou přímo u paty jezu vytvořeny zákonité podmínky vzniku vodního skoku, vznikne **vodní skok přilehlý**;
- $h_d > h_2$ - vodní skok by měl tendenci putovat směrem proti proudu, čemuž ovšem brání jezové těleso. Zůstává lokalizován u paty tohoto tělesa jako **vodní skok vzdutý**. Dolní voda zalije vodní skok;



2. určení **míry vzduť vodního skoku** σ ze vztahu:

$$\sigma = \frac{h_d}{h_2} . \quad (9.15)$$

Je-li $\sigma > 1,05$ není nutné navrhovat prohloubení dna v podjezí – tzv. vývar. Je-li $\sigma < 1,05$ je nutno navrhnout prohloubení dna u paty objektu o hloubku vývaru d tak, aby byla pro prohloubené koryto splněna podmínka:

$$h_d + d = \sigma h_2 . \quad (9.16)$$

Při popsaném jednoduchém a bezpečném způsobu výpočtu postačí, je-li $\sigma = 1,05$ až 1,10.



Je nutno ještě upozornit, že největší hloubka vývaru d nemusí vyjít pro největší přepadající průtok Q . Při rostoucím Q totiž se rychleji zvyšuje hladina pod jezem než hladina nad jezem, takže se rozdíl hladin (spád) zmenšuje. Průtok, při kterém je zapotřebí nejhlubší vývar se nazývá návrhový průtok. Při jeho stanovení se postupuje tak, že se volí různé průtoky Q_i , k nim se postupně počítají h_{ci} , h_{2i} a h_{di} . Návrhový průtok pro návrh prohloubení vývaru je ten, pro který je $h_{2i} - h_{di}$ maximální.



Délka vývaru

Podle zkušeností je vodní skok v prohloubeném vývaru kratší než vodní skok prostý. Délka vývaru lze vyjádřit například podle Nováka (Tab. 9.2):

$$L_v = K (h_2 - h_1) , \quad K = f\left(\frac{h_2}{h_1}\right) . \quad (9.17)$$

Délka vývaru se měří od místa dopadu paprsku na dno vývaru, tedy od průřezu s hloubkou h_c . Místo dopadu je u proudnicových přelivných ploch dáno jejich konstrukcí.

Délka vývaru je odvislá od výšky vodního skoku h_s , která je funkcí průtoku $h_s(Q)$. Délka vývaru se stanovuje pro největší výšku vodního skoku ze všech průtoků. Délka vodního skoku a vývaru vychází největší zpravidla pro Q_{\max} .

Tab. 9.2 Hodnoty K pro výpočet délky vývaru podle Nováka

h_2 / h_1	K
3 - 4	5,5
4 - 6	5,0
6 - 20	4,5
20 a více	4,0

9.3.3 Schéma hydraulického řešení vývaru



1. **určení návrhového průtoku:** v rozmezí zadaných přepadových průtoků, pro daný průtok Q_i :
 - stanoví se hloubku vody v odpadním korytě h_{di} (z měrné křivky koryta pod objektem);
 - spočítá se tloušťku zúženého přepadového paprsku h_{ci} (9.13 a 9.14):

$$h_{ci} = \frac{Q_i}{\varphi b \sqrt{2 g (E_{0i} - h_{ci})}} , \quad E_{0i} = s + h_i + \frac{\alpha v_{0i}^2}{2 g} ;$$

a to postupným přibližováním (v prvním přiblížení se zanedbá hodnota h_{ci} na pravé straně první rovnice);

- předpokládá se $h_{ci} = h_{1i}$ (přilehlý vodní skok);
- vypočte se druhá vzájemná hloubka h_{2i} ;
- vypočte se vzdutí $\Delta h_i = (h_{2i} - h_{di})$;
- návrhový průtok se určí pro maximální rozdíl Δh_{\max} ;



2. pro návrhový průtok se určí typ VS vzhledem ke stavbě:

$$\begin{aligned} \sigma = h_{di} / h_2 < 1 & \text{ oddálený VS;} \\ & = 1 \text{ přilehlý VS;} \\ & > 1 \text{ vzdutý VS;} \end{aligned}$$



3. posoudí se nutnost vývaru:

- je-li $\sigma > 1,05$ vývar není nutné navrhnout;
- $< 1,05$ vývar je třeba navrhnout;



4. výpočet hloubky vývaru (Obr. 9.9):

- odhadne se hloubka vývaru d :
$$\sigma = \frac{h_d + d}{h_2} = (1,05 \sim 1,10),$$

$$d \approx 1,10 h_2 - h_d;$$



- provede se oprava velikosti energetické výšky průřezu (vztážené ke dnu vývaru):

$$E'_0 = E_0 + d = s + h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} + d;$$

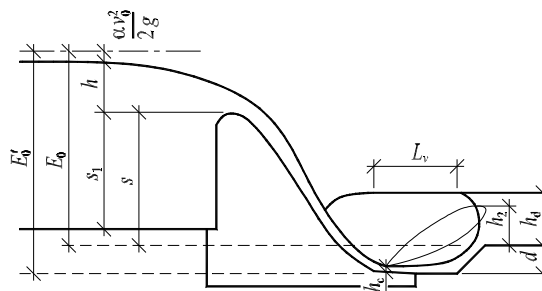
- spočítá se h_c , h_2 a posoudí se míra vzdutí:

$$\sigma = \frac{h_d + d}{h_2} \in (1,05 \sim 1,10);$$

- pokud σ nevyhoví je zapotřebí hloubku vývaru d opravit;

5. výpočet délky vývaru: pro délku vývaru udává Novák vztah (9.17):

$$L_v = K (h_2 - h_1), \quad K = f \left(\frac{h_2}{h_1} \right).$$



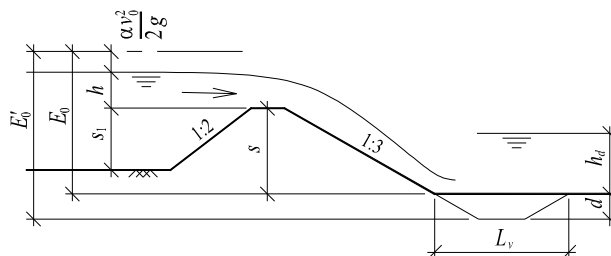
Obr. 9.9

Př. 9.1

Přes pevný jez (Obr. 9.10) přepadá voda při přepadové výšce $h = 0,7$ m ($h_0 = 0,712$). Šířka jezu je $b = 15$ m. Posuďte, zda je potřeba navrhnout pro uvažovaný průtok vývar ($\alpha = 1,05$, $\beta = 1$, $s = 2,5$ m, $s_1 = 1,0$ m, $h_d = 0,8$ m, $\varphi = 0,87$). Při výpočtu přepadového průtoku uvažujte $m = 0,39$. Boční zúžení neuvažujte. Koryto má obdélníkový tvar.



$$\begin{aligned}
 b &= 15 \text{ m}; & h_d &= 0,8 \text{ m}; \\
 h &= 0,7 \text{ m}; & h_0 &= 0,712; \\
 \alpha &= 1,05; & \beta &= 1,0; \\
 s &= 2,5 \text{ m}; & s_1 &= 1,5 \text{ m}; \\
 m &= 0,39; & \varphi &= 0,87; \\
 g &= 9,81 \text{ m/s}^2.
 \end{aligned}$$



Obr. 9.10

Řešení:

$$\begin{aligned}
 1. \text{ určení } Q: & \quad Q = m b \sqrt{2g} h_0^{3/2}; \\
 & \quad Q = 15,568 \text{ m}^3/\text{s};
 \end{aligned}$$

2. výpočet vzájemných hloubek vodního skoku:

$$E_0 = s + h_0 = 3,212 \text{ m};$$

$$h_c \text{ se řeší iteračně: } h_c = \frac{Q}{\varphi b \sqrt{2g(E_0 - h_c)}};$$

$$0. \text{ přiblížení: } h_c^{(0)} = 0 \text{ m};$$

$$1. \text{ přiblížení: } h_c^{(1)} = \frac{Q}{\varphi b \sqrt{2g(E_0 - h_c^{(0)})}} = 0,150 \text{ m};$$

$$2. \text{ přiblížení: } h_c^{(2)} = \frac{Q}{\varphi b \sqrt{2g(E_0 - h_c^{(1)})}} = 0,154 \text{ m};$$

$$3. \text{ přiblížení: } h_c^{(3)} = 0,154 \text{ m};$$

h_c se považuje za h_1 ($h_1 = h_c = 0,154 \text{ m}$) a vypočte se druhá vzájemná hloubka h_2 :

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\beta Q^2}{g b^2 h_1^3}} \right] = 1,120 \text{ m};$$

$$h_d < h_2 \Rightarrow \text{oddálený vodní skok};$$

nutno navrhnout prohloubení dna koryta d tak, aby v něm vznikl vzdutý vodní skok;

3. návrh hloubky vývaru:

$$\sigma = \frac{h_d + d}{h_2}; \quad \sigma = (1,05 \sim 1,10) \quad d^* = 1,10 h_2 - h_d;$$

$$d^* = 0,43 \text{ m} \quad \text{návrh: } d = 0,45 \text{ m};$$

4. ověření návrhu (výpočet vzájemných hloubek vodního skoku - uvažuje se vývar):

$$E'_0 = s + h_0 + d = 3,662 \text{ m};$$

$$h_c \text{ se řeší iteračně: } h_c = \frac{Q}{\varphi b \sqrt{2g(E'_0 - h_c)}};$$

$$0. \text{ iterace: } h_c^{(0)} = 0 \text{ m};$$

$$1. \text{ iterace: } h_c^{(1)} = \frac{Q}{\varphi b \sqrt{2g(E_0 - h_c^{(0)})}} = 0,141 \text{ m;}$$

$$2. \text{ iterace: } h_c^{(2)} = \frac{Q}{\varphi b \sqrt{2g(E_0 - h_c^{(1)})}} = 0,144 \text{ m;}$$

$$3. \text{ iterace: } h_c^{(3)} = 0,144 \text{ m;}$$

h_c se považuje za h_1 ($h_1 = h_c = 0,144$ m) a vypočte se druhá vzájemná hloubka h_2 :

$$h_2 = \frac{h_c}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\beta Q^2}{g b^2 h_c^3}} \right] = 1,167 \text{ m;}$$

$$\sigma = \frac{h_d + d}{h_2} = 1,07 \in (1,05; 1,10)$$

=> **návrh prohloubení dna vývaru $d = 0,45$ m je dostačující;**

5. výpočet délky vývaru (dle Nováka):

$$L_v = K(h_2 - h_1); \quad K(8,1) = 4,5;$$

$$L_v = 4,6 \text{ m.}$$

Kontrolní otázky

- Jaké se rozlišují druhy vodního skoku?
- Jaké jsou polohy vodního skoku?
- Co je to vývar?



10 Mosty

Cesty, silnice a železnice, případně průplavy a náhony se převádějí přes vodní toky pomocí **mostů** a **propustků** (Kap. 11). Jako most označujeme obvykle větší objekt tohoto druhu, propustkem potom rozumíme menší objekt, který případně ani nemusí přerušovat násyp komunikace po celé výšce. Přesné hranice však nejsou dány.



Z hydraulického hlediska můžeme rozdělit mosty a propustky takto:

- most je objekt, kde z hydraulického hlediska můžeme zanedbat ztráty třením oproti místním,
- propustek je objekt, kde je délka objektu proti průřezovým rozměrům velká a nelze zanedbat místní ztráty.

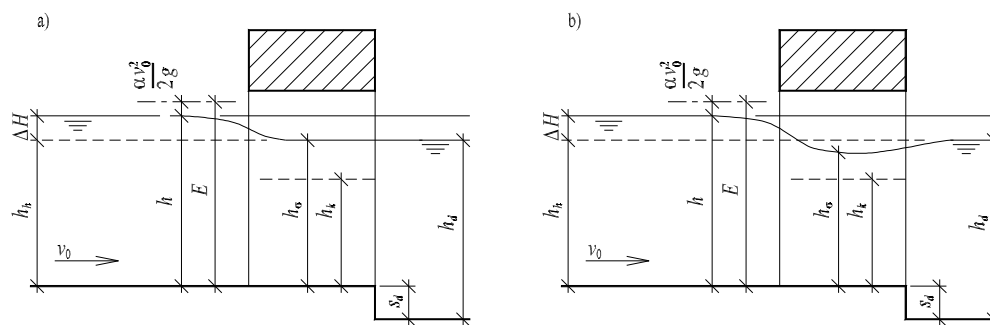


Tato definice však také není úplně přesná.



Zasahuje-li mostní konstrukce nebo propustek do průtočného profilu přemostěného toku, dochází ke zúžení průtočné plochy koryta. Zúžením koryta obvykle dojde ke zvýšení vodní hladiny, tzv. vzdutí před mostem a k zvětšeným rychlostem proudění v mostním profilu. Z hydraulického hlediska je proudění otvorem mostu, vyznačující se bočním zúžením, analogické proudění na přepadu se širokou korunou.

10.1 Mosty na tocích s říčním prouděním



Obr. 10.1 Říční proudění pod mostem se a) zatopeným a b) nezatopeným vtokem

10.1.1 Vtok zatopený dolní vodou

Vtok zatopený dolní vodou (Obr. 10.1 a) nastane tehdy, jestliže platí:

$$h_d > \kappa E, \quad (10.1)$$

kde E je energetická výška průřezu v profilu před mostem a κ je součinitel pro výpočet mostů (Tab. 10.1).

Proudění mostem řešíme použitím Bernoulliho rovnice pro profil před mostem:

$$E = h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \quad (10.2)$$

a pro profil za vtokem:

$$E = h_\sigma + \frac{\alpha v_\sigma^2}{2g} + \xi \frac{v_\sigma^2}{2g} = h_\sigma + \frac{Q^2}{2g \varphi^2 A_\sigma^2}, \quad (10.3)$$

kde v_0 je přítoková rychlost, v_σ rychlost za vtokem, ξ součinitel vyjadřující místní ztráty na vtoku a φ rychlostní součinitel (Tab. 10.1). Často je možné vliv přítokové rychlosti oproti hodnotě E zanedbat, a potom platí $h \cong E$.

Vzdutí způsobené mostem vypočítáme ze vztahu:

$$\Delta H = h - h_h = E - \frac{\alpha v_0^2}{2g} - h_h, \quad (10.4)$$

kde h_h je původní nevzdutá hloubka před mostem (většinou $h_h = h_d$). Průtok mostem pro zadanou vzdutou hloubku vypočteme podle vztahu pro nedokonalý přepad přes širokou korunu:

$$Q = \varphi A_\sigma \sqrt{2g(E - h_\sigma)}, \quad (10.5)$$

kde pro obdélníkový průtočný průřez platí $A_\sigma = bh_\sigma$, b je světlá šířka mostního profilu a pro hloubku h_σ platí:

$$h_\sigma = h_d \quad \text{je - li dno mostu v úrovni dna koryta;}$$

$$h_\sigma = h_d - s_d \quad \text{při výšce prahu } s_d \text{ nade dnem.}$$

Tab. 10.1 Součinitelé pro výpočet mostů

typ	Plynulé boční připojení			Boční křídla zaoblená			Boční křídla šikmá			Boční křídla pravouhlá		
	φ	κ	m	φ	κ	m	φ	κ	m	φ	κ	m
A	0,96	0,72	0,36	0,95	0,73	0,36	0,95	0,74	0,36	0,94	0,75	0,35
B	0,94	0,75	0,35	0,93	0,76	0,35	0,92	0,78	0,34	0,91	0,79	0,33
C	0,91	0,79	0,33	0,90	0,81	0,32	0,88	0,83	0,30	0,87	0,85	0,28
D	0,90	0,81	0,32	0,88	0,83	0,30	0,87	0,85	0,29	0,86	0,87	0,27
E	0,85	0,88	0,26	0,83	0,91	0,23	0,81	0,93	0,20	0,79	0,95	0,16

A dno mostu je v úrovni dna přítokového koryta

B ve dně mostu je práh se zaoblenou vstupní hranou

C ve dně mostu je práh se zkosenou vstupní hranou

D ve dně mostu je práh s pravouhlou vstupní hranou

E ve dně je práh s pravouhlou vstupní hranou (nepříznivé podmínky, nerovný povrch)

10.1.2 Vtok není zatopený dolní vodou

Vtok není zatopený dolní vodou (Obr. 10.1 b), platí-li podmínka:

$$h_d < \kappa E. \quad (10.6)$$

Pro výpočet průtoku vody mostním profilem používáme vztah pro výpočet dokonalého přepadu přes širokou korunu. Pro průtok mostem platí:

$$Q = m b \sqrt{2g} E^{3/2}, \quad (10.7)$$

kde m je součinitel přepadu (Tab. 10.1). Pro zadaný průtok vypočítáme energetickou výšku průřezu před mostem:

$$E = \left(\frac{Q}{m b \sqrt{2g}} \right)^{2/3}. \quad (10.8)$$

Vzdutí mostem se stanoví podle rovnice (10.4).

10.2 Mosty na tocích s bystrinným prouděním

Zúžení průtočného průřezu koryta mostem způsobí pod mostem zvýšení hloubky z původní hodnoty h_h na hodnotu h_m . Pro energetickou výšku průřezu v profilu mostu platí:

$$E_m = h_m + \frac{\alpha Q^2}{2g(h_m b)^2}. \quad (10.9)$$

Energetická výška průřezu před mostem je:

$$E_h = E_m + h_z.$$

Ztrátu h_z se vyjádříme následujícím způsobem:

$$h_z = 0,3 \frac{v_0^2}{2g}. \quad (10.10)$$

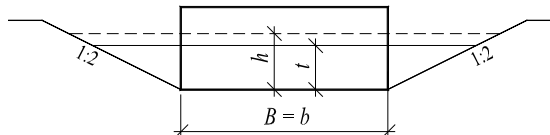
Při velkém zúžení průřezu nemusí průtok protékat pod mostem hloubkou h_m , ale může před mostem vzniknout říční proudění. V korytě před mostem přejde bystrinné proudění do říčního proudění vodním skokem. Tuto okolnost je třeba brát v úvahu při návrhu velikosti mostního profilu a výšky konstrukce mostu nad hladinou.



**Př. 10.1**

Upraveným korytem lichoběžníkového příčného průřezu se šířkou ve dně $b = 10$ m a se sklony svahů 1:2 protéká $Q = 70$ m³/s hloubkou $t = 3$ m. Jaké vzduť způsobí most (pravoúhlá boční křídla) světlosti $B = 10$ m.

$$\begin{aligned} b &= 0 \text{ m}; & g &= 9,81 \text{ m/s}^2; \\ B &= 10 \text{ m}; & \alpha &= 1,00; \\ Q &= 70 \text{ m}^3/\text{s}; & \varphi &= 0,94 \text{ (Tab. 10.1)}; \\ h_\sigma &= h_d = h_h = t = 3 \text{ m}; & \kappa &= 0,75 \text{ (Tab. 10.1)}. \end{aligned}$$

**Obr.10.2** Schéma průtoku mostem

Řešení:

Předpokládejme zatopený vtok (10.3) - první přiblížení $E \cong h$:

$$E = h_\sigma + \frac{Q^2}{2g\varphi^2 A_\sigma^2} = \left(3,0 + \frac{70^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 0,94^2 \cdot 30^2} \right); \quad A_\sigma = B h_\sigma = (10 \cdot 3) = 30 \text{ m}^2;$$

$$E = 3,31 \text{ m.}$$

Ověření předpokladu zatopeného vtoku (10.1):

$$h_d = 3,0 > \kappa E = 0,75 \cdot 3,31 = 2,49 \text{ m,}$$

takže náš předpoklad byl správný.

Určíme hloubku vody před mostem podle (10.2). Jelikož není známa přítoková rychlost, je vhodné postupovat iteračně:

$$\begin{aligned} 1. \text{ iterace: } h^{(1)} &= E = 3,31 \text{ m}; & A_0^{(1)} &= (b h^{(1)}) + 2 (h^{(1)})^2 = 55,11 \text{ m}^2; \\ & & v_0^{(1)} &= \frac{Q}{A_0^{(1)}} = \frac{70}{55,11} = 1,27 \text{ m/s}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ iterace: } h^{(2)} &= E - \frac{(v_0^{(1)})^2}{2g} = 3,23 \text{ m}; & A_0^{(2)} &= (b_{\text{kor}} h^{(2)}) + 2 (h^{(2)})^2 = 53,21 \text{ m}^2; \\ & & v_0^{(2)} &= \frac{Q}{A_0^{(2)}} = \frac{70}{53,21} = 1,32 \text{ m/s}; \end{aligned}$$

$$3. \text{ iterace: } h^{(3)} = E - \frac{(v_0^{(2)})^2}{2g} = 3,23 \text{ m.}$$

$$\text{Vzduť: } \Delta H = h - h_h = 3,23 - 3,00 = 0,23 \text{ m.}$$

Most vzduje vodu o 23 cm.

**Kontrolní otázky**

- Jaký je rozdíl mezi mostem a propustkem?
- Jak se počítá průtok mostem na toku s říčním prouděním?

11 Propustky

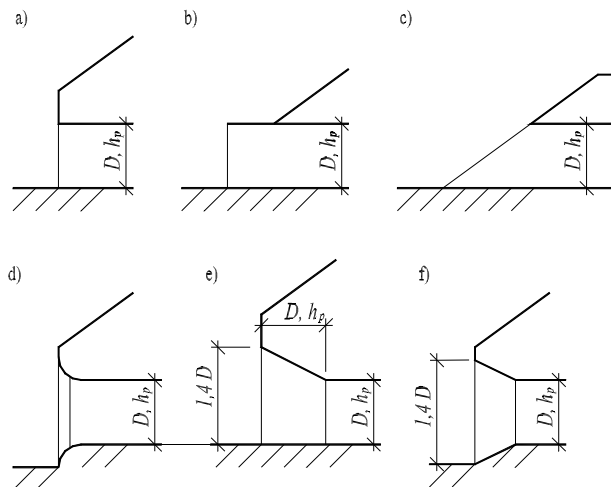
Propustkem v technické praxi rozumíme menší objekt se stálým průřezem a sklonem dna, kterým protéká voda pod silnicí, železnicí, případně průplavem, náhonem apod.

V monografii "Jarošenka, Andrejeva a Prokopoviče" je uvedeno více než 95 možných způsobů průtoku, a to v závislosti na sklonu dna propustku, na délce propustku, na poměrech na vtoku a výtoku z propustku, atd. Při praktickém výpočtu rozlišujeme tři základní průtoková schémata proudění v propustcích:

- propustky s volnou hladinou po celé délce propustku;
- propustky se zatopeným vtokem, u nichž je před vtokem hladina vody výše než strop propustku, a dále je v propustku volná hladina;
- tlakové propustky vyplněné po celé délce vodou (propustky s tlakovým režimem proudění).

Popsané způsoby proudění se v určitém propustku mohou měnit v závislosti na kolísání průtoku. Menší průtok protéká po celé délce propustku s volnou hladinou, při zvyšování průtoku se zahlcuje vtok a při dalším zvýšení průtoku může voda vyplnit průtočný profil po celé délce propustku a vyvolat v něm proudění tlakové.

Vtok do propustku je doprovázen kontrakcí vodního proudu. Zúžený průřez, který je závislý na tvaru vtoku, může být buď volný nebo od výtoku z propustku vzdutý (zatopený). Vzdutí (zatopení) může způsobit buď volná hladina pod propustkem nebo malý sklon dna dlouhého propustku.



Obr. 11.1 Typy vtoku do propustku k Tab. 11.1

Tab. 11.1 Součinitel ztráty na vtoku, rychlostní, výškového zúžení a zatopení vtoku

typ vtoku (Obr. 11.1)	Součinitel místních ztrát na vtoku ξ_v	rychlostní součinitel φ	součinitel výškového zúžení χ	součinitel zatopení vtoku β
a	0,40 \approx 0,50	0,85 \approx 0,82	0,90	1,20 \approx 1,16
b	0,80 \approx 0,90	0,75 \approx 0,73	0,86	1,09 \approx 1,08
c	0,70 \approx 0,80	0,77 \approx 0,75	0,87	1,10 \approx 1,09
d	0,05 \approx 0,10	0,98 \approx 0,95	0,97	1,45 \approx 1,40
e	0,10 \approx 0,15	0,95 \approx 0,93	0,95	1,40 \approx 1,33
f	0,30 \approx 0,40	0,88 \approx 0,85	0,94	1,40 \approx 1,36

11.1 Propustky s volnou hladinou po celé délce



Propustek má volnou hladinu po celé délce, je-li hloubka vody před propustkem:

$$h < \beta D, \quad h < \beta h_p, \quad (11.1)$$

kde β je součinitel zatopení vtoku (Tab. 11.1), D průměr kruhového propustku a h_p světlá výška obdélníkového propustku.

11.1.1 Propustky neovlivněné dolní vodou



Kontraktí při vtoku se hloubka na začátku propustku zužuje na hloubku h_c :

$$h_c = \chi h_k, \quad (11.2)$$

kde χ je součinitel výškového zúžení (Tab. 11.1) a h_k kritická hloubka odpovídající danému průtoku v daném profilu propustku. Protože χ je menší než 1 ($\chi < 1$), je v zúženém průřezu za vtokem bystřinné proudění. To může být ovlivněno dolní vodou jen tehdy, když hloubka vody v propustku za vtokem převyší hloubku druhé vzájemné hloubky vodního skoku.



a) Obdélníkový propustek šířky b

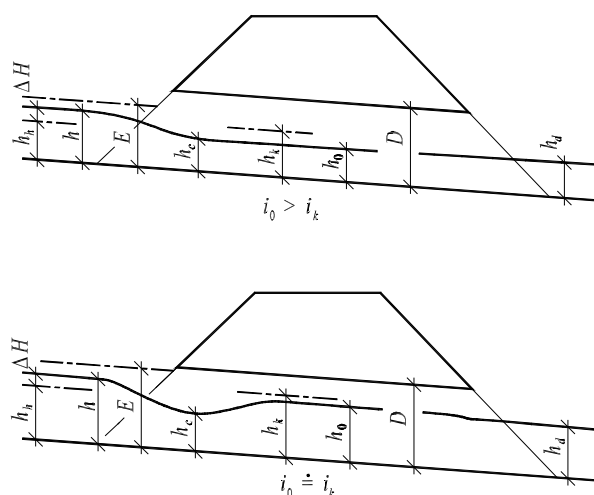
Hloubka dolní vody musí být menší než druhá vzájemná hloubka k h_c :

$$h_d < \frac{h_c}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\beta Q^2}{g h_c^3 b^2}} \right],$$

dosazením za $h_c = \chi h_k$ a kritickou hloubku obdélníkového koryta $h_k^3 = \frac{\alpha Q^2}{g b^2}$, obdržíme:

$$h_d < \frac{\chi h_k}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\beta}{\alpha \chi^3}} \right], \quad (11.3)$$

kde β je v (11.3) Boussinesqovo číslo.



Obr. 11.2 Kruhové propustky s volnou hladinou, volným vtokem a výtokem

b) **Kruhový propustek** (o průměru D)

Propustek nebude ovlivněn dolní vodou, bude-li sklon dna větší nebo přibližně roven sklonu kritickému ($i_0 > i_k$, $i_0 = i_k$) - Obr. 11.2. Dále je zapotřebí pro daný průtok Q prokázat, že je menší než průtok kapacitní Q_D , který určíme např. z Chézyho a Manningovy rovnice:

$$Q < Q_D = \frac{1}{n} R^{2/3} A \sqrt{i_0}. \quad (11.4)$$

Pro vzduť před obdélníkovým nebo kruhovým propustkem platí:

$$\Delta H = h - h_h, \quad (11.5)$$

kde h_h je původní nevzdutá hloubka vody v korytě před propustkem a h vzduť hloubka vody před propustkem. Hloubku vody před propustkem h určíme z Bernoulliho rovnice:

$$E = h + \frac{\alpha v^2}{2g}, \quad \text{odtud:} \quad h = E - \frac{\alpha v^2}{2g}; \quad (11.6)$$

a pro energetickou výšku zúženého průřezu platí:

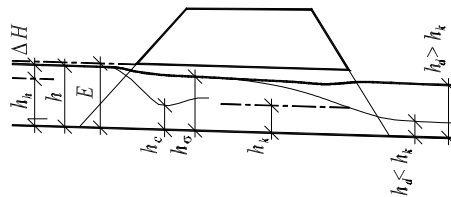
$$E = h_c + \frac{v_c^2}{2g\varphi^2} = h_c + \frac{Q^2}{2g\varphi^2 A_c^2}. \quad (11.7)$$

11.1.2 Propustky ovlivněné dolní vodou

Je-li hladina dolní vody tak vysoko nebo (při dlouhém propustku) sklon dna tak malý, že hloubka dolní vody za propustkem ovlivňuje zúženou hloubku h_c za vtokem (Obr. 11.3), je vtokový průřez odspodu zatopen. Propustek potom řešíme jako nedokonalý přepad přes širokou korunu:

$$Q = \varphi b h_\sigma \sqrt{2g(E - h_\sigma)}, \quad (11.8)$$

kde φ je rychlostní součinitel (Tab.11.1), h_σ hloubka vody v profilu za vtokem do propustku určená řešením průběhu hladiny při nerovnoměrném proudění (Kap. 8.2) od výtoku z propustku.



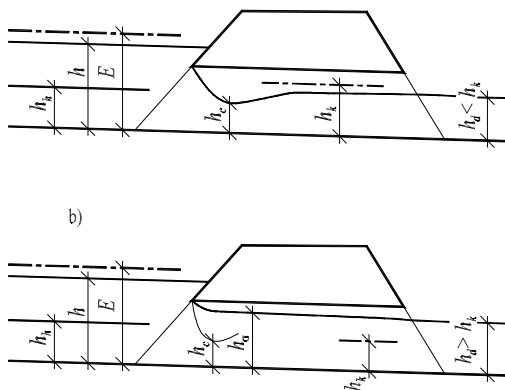
Obr. 11.3 Propustek s volnou hladinou ale vtokem zatopeným dolní vodou

11.2 Propustky s volnou hladinou a zatopeným vtokem

Zvětšuje-li se průtok v propustku s volnou hladinou, dojde k zahlcení vtoku (Obr. 11.4). To nastane, je-li hloubka vzduť vody před propustkem:

$$h > \beta D, \quad h > \beta h_p,$$

kde β je součinitel zatopení vtoku (Tab. 11.1), D průměr kruhového propustku a h_p světlá výška obdélníkového propustku.



Obr. 11.4 Propustky s volnou hladinou, zatopeným vtokem
a) neovlivněné dolní vodou, b) průřez za vtokem ovlivněný dolní vodou

11.2.1 Propustky neovlivněné dolní vodou



Průtok propustkem se zahlceným vtokem a neovlivněným dolní vodou (Obr. 11.4 a) počítáme podle vztahu:

$$Q = \varphi A_c \sqrt{2g(E - h_c)} \quad (11.9)$$

kde φ je rychlostní součinitel (Tab. 11.1), A_c zúžená plocha za vtokem do propustku:

$$A_c = 0,62 A \quad (11.10)$$

kde A je světlá plocha příčného řezu propustkem a h_c zúžená hloubka:

- *obdélníkový propustek*: $h_c = 0,62 h_p$;
- *kruhový propustek*: $h_c = 0,60 D$.

11.2.2 Propustky ovlivněné dolní vodou



Zúžený průřez A_c může být zatopen buď vzduším od výtoku (např. $h_d > h_k$ - Obr. 11.4. b) nebo následkem malého sklonu propustku při jeho větší délce. Z řešení nerovnoměrného proudění (Kap. 8.2) proti směru pohybu od výtoku dostaneme hloubku h_σ za vtokem do propustku, která zatápí vzniklý vodní skok. Pro energetickou výšku platí:

$$E = h_\sigma + \frac{v_\sigma^2}{2g\varphi^2} = h_\sigma + \frac{Q^2}{2g\varphi^2 b^2 h_\sigma^2} \quad (11.11)$$

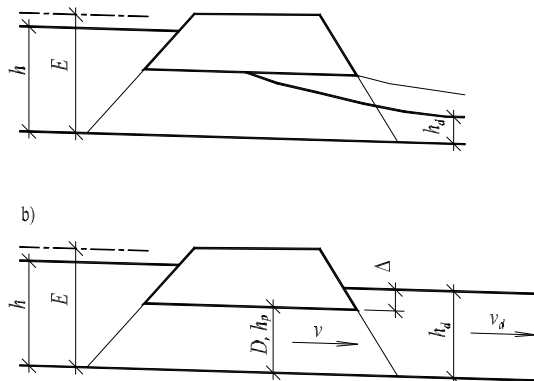
a průtočné množství:

$$Q = \varphi b h_\sigma \sqrt{2g(E - h_\sigma)} \quad (11.12)$$

kde h_σ je hloubka vody za vtokem do propustku, kterou určíme řešením průběhu hladiny při nerovnoměrném proudění od výtoku z propustku.

11.3 Tlakové propustky (kruhové)

Tlakovému proudění u obdélníkových propustků je vhodné se vyhnout, protože jde o velice komplikované proudění.



Obr. 11.5 Tlakové kruhové propustky a) výtok není zahlcen, b) zatopený výtok

Po stránce hydraulické jde o hydraulicky krátké potrubí, jehož příklad jsme ukázali na příkladu shybky (Kap. 7.6.1). U propustků jsou tlakové výšky relativně malé proti rozměrům příčného průřezu. Proto i když voda za propustkem zcela zahlcuje výtakový průřez ($h_d > D$), nemusí být ještě zaručeno tlakové proudění. V objektu se může vytvořit volná hladina a v propustku nebo za ním může vzniknout vodní skok. Podobné průtokové poměry jsou nestabilní, vznikají při nich pulsace a nárazy od vzduchových "pytlů" po délce propustku, atd.



Tlakového proudění v propustku může nastat, je-li průtok propustkem Q větší než kapacita propustku Q_D při i_0 :

$$Q > Q_D = \frac{1}{n} R^{2/3} A \sqrt{i_0}, \quad (11.13)$$

přičemž kapacitní průtok Q_D se počítá z Chézyho a Manningovy rovnice.

11.3.1 Výtok z propustku není zatopen dolní vodou

Pro hloubku vody h_v ve výtakovém průřezu propustku platí:

- je-li: $h_k > D$, pak $h_v = D$,
- je-li: $h_d < h_k < D$, pak $h_v = h_k$,
- je-li: $h_k < h_d < D$, pak $h_v = h_d$.



Jedná-li se o první případ ($h_k > D$, $h_v = D$), propustek řešíme jako hydraulicky krátké potrubí a z Bernoulliho rovnice platí:

$$E = (i - i_0) L + (\alpha + \xi_v) \frac{v^2}{2g} + D,$$

kde sklon čáry energie i můžeme vyjádřit z Darcy-Weisbachovy rovnice ($i = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$) a ξ_v je součinitel ztrát na výtoku (Tab. 11.1). Po úpravě dostaneme:

$$E = \left(\alpha + \xi_v + \lambda \frac{L}{D} \right) \frac{v^2}{2g} + D - i_0 L.$$



Zanedbáme-li přítokovou rychlost ($E = h$), obdržíme pro průtok:

$$Q = A \sqrt{2g} \sqrt{\frac{h - D + i_0 L}{\alpha + \xi_v + \lambda \frac{L}{D}}}. \quad (11.14)$$

U dalších dvou případů počítáme průběh hladiny od výtoku proti proudu (při nerovnoměrném proudění) a hledáme vzdálenost, od které nastane tlakové proudění.

11.3.2 Výtok z propustku je zatopen dolní vodou



Výtok z propustku je zatopen dolní vodou (Obr. 11.5 b), jsou-li splněny podmínky (11.13) a na konci výtokového průřezu propustku je tlak větší než atmosférický tlak, tj.

$$\Delta > \Delta_{\min} = \frac{v_d (v - v_d)}{g}, \quad (11.15)$$

kde v_d je průřezová rychlost v odpadním korytě a v průřezová rychlost v propustku. Podmínka (11.15) zabezpečuje ustálené tlakové proudění v celém propustku až po výtokový průřez bez rušivých vlivů (tlakové pulsace, atd.). Pro průtok, při zanedbání přítokové rychlosti, platí:

$$Q = A \sqrt{2g} \sqrt{\frac{h - h_d + i_0 L + \Delta_{\min}}{1 + \xi_v + \lambda \frac{L}{D}}}. \quad (11.16)$$

Př. 11.1



Navrhněte světlou výšku obdélníkového propustku šířky 2,0 m, tak aby bylo zaručeno proudění o volné hladině v celém propustku. Propustkem protéká $Q = 5,0 \text{ m}^3/\text{s}$. Vtok je ostrohranný, za propustkem je skluz. Dále navrhněte sklon dna propustku tak, aby vtokový průřez nebyl zatápen odspodu. Přítokovou rychlost v korytě zanedbejte.

$$\begin{aligned} b &= 2,0 \text{ m}; \\ \chi &= 0,90; \\ \varphi &= 0,82; \\ \alpha &= 1,0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q &= 5,0 \text{ m}^3/\text{s}; \\ \beta &= 1,16 \text{ (součinitel zatopení vtoku)}; \\ \beta &= 1,0 \text{ (Boussinesqovo číslo)}; \\ n &= 0,018. \end{aligned}$$

Řešení:

Nejprve určíme kritickou hloubku h_k a hloubku zúženého průřezu h_c :

$$h_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g b^2}} = 0,860 \text{ m}; \quad h_c = \chi h_k = 0,774 \text{ m}.$$

Následně určíme rychlost ve zúženém a energii ve vtokovém průřezu:

$$v_c = \frac{Q}{h_c b} = 3,23 \text{ m/s}; \quad E = h_c + \frac{v_c^2}{2g\varphi^2} = 1,56 \text{ m};$$

Je-li přítokové koryto značně širší než šířka propustku, je v něm přítoková rychlost v_0 zanedbatelně malá a pro hloubku vody před propustkem platí:

$$E = h + \frac{\alpha v_0^2}{2g} \approx h = 1,56 \text{ m}.$$

V opačném případě bychom hloubku vody počítali postupným přibližováním. Minimální světlá výška propustku plyne z podmínky (11.1):

$$h < \beta h_p \Rightarrow h_p > \frac{h}{\beta} = 1,35 \text{ m.}$$

Minimální výška propustku h_p je 1,35 m, aby vtok do propustku nebyl zatopen. Zúžený průřez se začne zatápět při hloubce dolní vody:

$$\frac{\chi h_k}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\beta}{\alpha \chi^3}} \right] = 1,107 h_k = 0,953 \text{ m.}$$

Poněvadž je výtok volný (za výtokem je skluz) a vytvoří se v něm přibližně kritická hloubka, vzniknou v celé délce propustku hloubky $h < 0,952 \text{ m}$. Bude-li mít dno propustku minimálně takový sklon dna, při kterém je $h = 0,953 \text{ m}$ hloubka při rovnoměrném proudění propustkem při průtok $Q = 5,0 \text{ m}^3/\text{s}$.

Podle Manninga: $A = h b = 1,905 \text{ m}^2$; $O = 2h + b = 3,905 \text{ m}$;
 $R = \frac{A}{O} = 0,488 \text{ m}$; $C = \frac{1}{n} R^{1/6} = 49,2924 \text{ m}^{0,5}/\text{s}$;
 $v = \frac{Q}{A} = 2,624 \text{ m/s}$; $i_0 = \frac{v^2}{C^2 R} = 0,0058 = 5,8 \text{ ‰}$.

Při sklonu dna propustku $i_0 = 5,8 \text{ ‰}$ a větším nebude vtok zatopen a ovlivněn dolní vodou.

Kontrolní otázka

- Jaké jsou základní průtoková schémata proudění v propustcích?



12 Proudění podzemní vody

Část vodních srážek spadlých na povrch zemský stéká vlivem gravitace po povrchu formou plošného odtoku, který se postupně koncentruje do toků a odtéká jako povrchový odtok viz dále v části hydrologie. Část srážek vsakuje pod zemský povrch a jako podzemní – podpovrchová voda se zúčastňuje hydrologického oběhu vody v přírodě. Zeminy a horniny jsou tvořeny pevnou částí (skeletem) a póry, které mohou být vyplněné vodou a plyny. Podpovrchová voda proudí navzájem propojenými dutinami - póry zemin a trhlinami a puklinami hornin.



V zeminách a horninách se voda vyskytuje v různých formách:

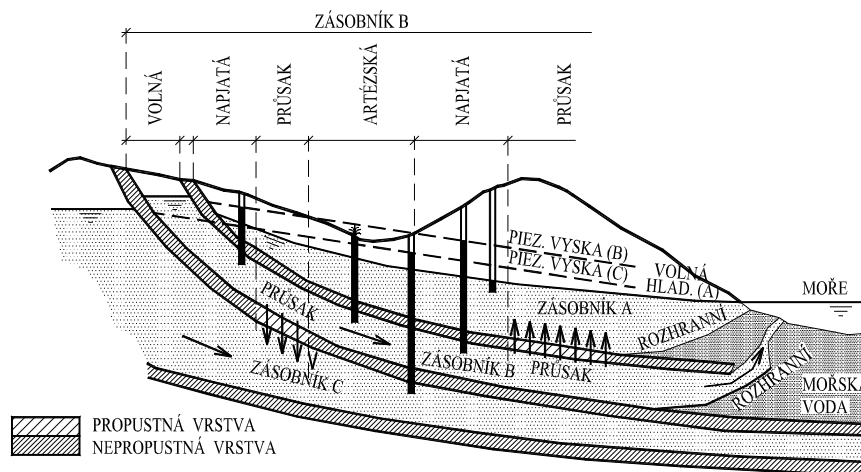
- voda pevně vázaná – hydrokopická voda ve formě *krystalických a strukturálních vod*, kterou nelze z půd odstranit ani zahřáním nad 105°C ;
- voda vázaná silovým polem povrchu pevných částic (adsorpci) jako tak zvaná *voda obalová* (lze ji odstranit zahřáním nad 105°C);
- voda vázaná v pórech zeminy povrchovým napětím vody jako *kapilární voda*;
- voda volná – *gravitační voda*, která se po překonání výše uvedených sil volně pohybuje zeminami a horninami vlivem gravitace do nižších horizontů.





Geologická formace – geologické prostředí, u kterého jsou póry zcela vyplněny vodou se nazývá zvodnělou vrstvou a tato prostředí podle schopnosti převádět vodu skrz sebe za obvyklých podmínek jsou buď propustná prostředí, polopropustná prostředí a nepropustná prostředí, která mohou, nebo nemusí obsahovat ve svých pórech vodu (jíly nebo kompaktní skalní horniny).

Voda ve zvodnělých vrstvách může být s volnou hladinou nebo je pod tlakem (např. artéská voda). Volná hladina je imaginární hladina, na které je statický tlak roven atmosférickému tlaku. Její úroveň koresponduje s hladinami v pozorovacích studnách – piezometrech. Jednotlivé typy zvodnělých vrstev jsou patrné z Obr. 12.1.



Obr. 12.1 Typy zvodnělých vrstev



Studiem pohybu – proudění podzemních – podpovrchových vod se zabývá hydraulika podzemních vod. Rovnice popisující proudění podzemních vod jsou odvozeny z obecných rovnic hydrodynamiky se zahrnutím specifík tohoto proudění. Proudění vody v porézním prostředí je velmi složité proudění závislé jak na struktuře – geometrii porézního prostředí tak na fyzikálních vlastnostech kapaliny. Proto k řešení úloh proudění podzemních vod využíváme principu spojitosti a determinismu známých z fyziky.

Podstata principu spojitosti tkví v tom, že proudění v pórech zeminy aproximujeme spojitým fiktivním prouděním vody tímto prostředím bez ohledu na prostorové rozložení pórů a zrn v zemině. Tento přístup předpokládá, že voda spojitě vyplňuje celou protékanou oblast.

Princip determinismu vychází z předpokladu, že hledané veličiny popisující proudění vody porézním prostředím se realizují s pravděpodobností rovnou jedné, tj. s jistotou. Princip determinismu je zjednodušením reálné skutečnosti, protože jak geometrie porézního prostředí, tak i hledané veličiny mají náhodný charakter.

Není úkolem tohoto textu popsat řešení všech úloh proudění podzemních vod. Pro první představu o řešení některých úloh proudění podzemních vod, uvedeme v dalším jen některá analytická řešení těch nejjednodušších případů, tak jak byla uvedena v druhé polovině devatenáctého a ve dvacátém století.

12.1 Darcyho vztah



V letech 1852-1855 prováděl první experimenty proudění vody písčítými filtry v Dijonu Henry Darcy. Výsledky získané z výsledků experimentů konaných na přístroji znázorněném na Obr. 9.2 publikoval v roce 1856. Dospěl k závěru,

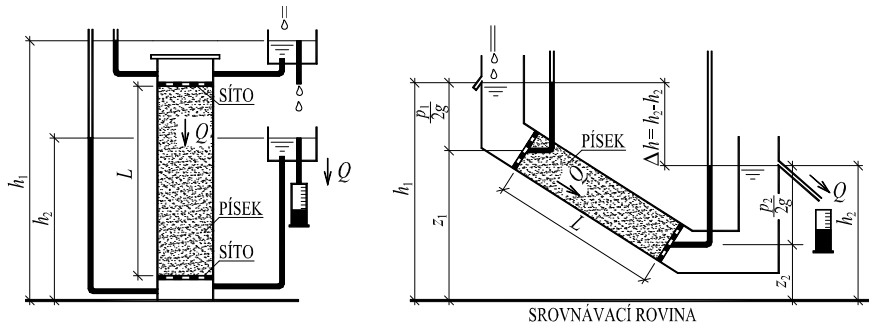
že celkový průsak Q vzorkem zeminy ve válci je přímo úměrný průtočnému průřezu válce A , rozdílu $h_1 - h_2$, konstantě k a nepřímo úměrný délce vzorku L :

$$Q = k A \frac{h_1 - h_2}{L} \quad (12.1)$$

Převýšení hladiny v piezometru nad srovnávací rovinou

$$h = \frac{p}{\rho g} + z$$

se nazývá **piezometrická výška** a představuje součet tlakové a polohové energie příslušející jednotce tíhy průtoku. Kinetickou energii můžeme zanedbat poněvadž rychlost proudění podzemní vody se pohybuje řádově v hodnotách 10^{-3} m/s a menších. Konstanta k má rozměr m/s a nazývá se součinitel hydraulické vodivosti nebo filtrační součinitel. Filtrační součinitel charakterizuje vlastnost porézního prostředí převádět vodu skrz sebe, charakterizuje tvar a rozložení zrn zeminy a pórů a zohledňuje fyzikální vlastnosti protékající vody. Orientační hodnoty uvádí Tab. 12.1.



Obr. 12.2 Darcyho filtrační přístroj

Pro dva blízké profily s piezometrickými výškami h_1, h_2 vzdálenými od sebe ve směru proudění Δs , můžeme pro $\Delta s \rightarrow 0$ psát:

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{h_1 - h_2}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left(-\frac{h_2 - h_1}{\Delta s} \right) = -\frac{dh}{ds} = i,$$

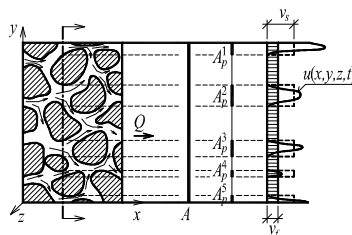
pak můžeme psát rovnici (12.1) ve tvaru:

$$Q = A v_f = -A k \frac{dh}{ds} = A k i \quad (12.2)$$

Odkud:

$$v_f = -k \frac{dh}{ds} = k i, \quad (12.3)$$

což je filtrační rychlost (specifický objemový průsak). Filtrační rychlost v_f je rychlostí fiktivního proudění, kdy předpokládáme, že voda vyplňuje spojitě celou oblast proudění bez ohledu na zrna skeletu.



Obr. 12.3 Řez porézním prostředím



Na Obr. 12.3 je nakreslen řez porézním prostředím, kterým prosakuje voda, a to skutečnou bodovou rychlostí $u(x,y,z,t)$. Kolmo na směr proudění je zvolena průtočná plocha A , kterou prosakuje průtok Q . Tato plocha musí být dostatečně malá vzhledem k oblasti, kterou voda prosakuje, ale naopak dostatečně veliká vzhledem k velikosti pórů. Plocha (Obr. 12.3), kterou prosakuje voda je plochou pórů a platí pro ni:

$$A_p = \sum_i A_p^i = n A,$$

kde n je pórovitost. Pro průtok Q platí:

$$Q = \int u \, dA = v_s A_p, \quad v_s = \frac{Q}{A_p} = \frac{A v_f}{A n} = \frac{v_f}{n}, \quad (12.4)$$

kde v_s je střední rychlost filtrující vody v pórech zeminy.

Při pohybu podzemní vody se však část vody nezúčastňuje pohybu. Proto při stanovení střední rychlosti vody v pórech zavádíme tzv. efektivní pórovitost n_{ef} a při poklesech hladiny aktivní pórovitost n_a ($n_a < n_{ef} < n$).



Schopnost porézního prostředí převádět skrze sebe tekutiny (kapaliny a plyny) popisuje součinitel propustnosti k_p :



$$k_p = \frac{k \nu}{g}, \quad (12.5)$$

kde ν je součinitel kinematické viskozity a k součinitel hydraulické vodivosti.

Tab. 12.1 Koeficient hydraulické vodivosti k

Druh zeminy	k [m/s]	Druh zeminy	k [m/s]
jíl	10^{-8} a méně	jemný písek	10^{-5} až $5 \cdot 10^{-5}$
písečná hlína	10^{-6} a méně	hrubozrnný písek	10^{-4} až $5 \cdot 10^{-4}$
písky s jíl. částicemi	10^{-6} až $2 \cdot 10^{-6}$	štěrkopísek	$2 \cdot 10^{-4}$ až 10^{-3} i více

12.2 Dupuitovy předpoklady



Dupuitovy předpoklady jsou účinným nástrojem řešení úloh proudění podzemní vody s volnou hladinou. Dupuit (1863) vyslovil svoje předpoklady na základě pozorování sklonů volné hladiny podzemních vod, kdy zjistil, že sklony hladin v běžných podmínkách jsou 1:100 ~ 1:1000.

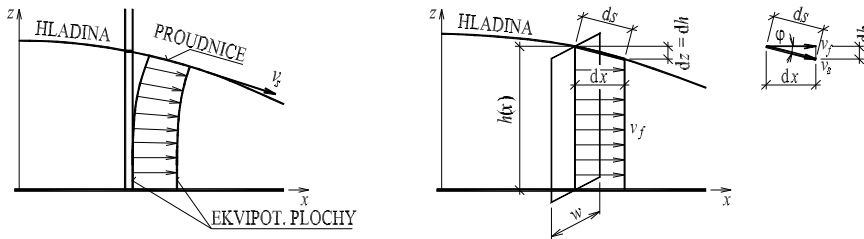
U ustáleného rovinného proudění podzemních vod s volnou hladinou je volná hladina proudnicí. Ve všech bodech této proudnice je filtrační rychlost v_f tečnou k této proudnici a vypočte se z Darcyho vztahu:

$$v_f = -k \frac{dh}{ds} = -k \frac{dz}{ds} = -k \sin \varphi.$$

Podél volné hladiny je tlak $p=0$ a piezometrická výška $h=z$, tak jak je znázorněno na Obr. 12. 4.

Sklon hladiny a úhel φ je velmi malý. Dupuit navrhl pro tyto malé úhly nahradit:

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{dz}{dx} = \frac{dh}{dx}.$$



Obr. 12.4 Dupuitovy předpoklady

Předpoklad malého úhlu φ je rovnocenný předpokladu, který dovoluje aproximovat skutečné průtočné plochy svislými plochami. Na skutečné ekvipotenciální ploše je $h = h(x, z)$ na náhradní svislé ploše je $h = h(x)$. Dupuit předpokládá převážně jednosměrný charakter proudění, u kterého filtrační rychlost v_f je po průtočné ploše (svislici) konstantní a závisí na sklonu hladiny:

$$v_f = -k \frac{dh}{dx}, \quad \text{kde } h = h(x).$$

12.3 Jímání podzemní vody

Účelem jímání podzemní vody je jednak její využití jako vody pitné a užitkové, jednak snížení její hladiny při zakládání staveb a odvodňování zemědělské půdy. K jímání podzemní vody se používají tyto druhy jímacích zařízení:

- svislé jímací zařízení - studny:
 - úplná - zasahuje až na nepropustné podloží;
 - přítok: plášť;
 - neúplná - nezasahuje až na nepropustné podloží;
 - přítok: plášť;
 - dno;
- s volnou hladinou;
 - tlaková;
- soustava studní;
- vodorovná jímací zařízení - zářezy;
- smíšená jímací zařízení - studny s horizontálními sběrači - studny radiální.

12.3.1 Filtrační stabilita na plášti studny

Odčerpáváme-li ze studny velký průtok, přitéká do ní voda z okolí velkou rychlostí, strhuje jemné částice (jemnou frakci) zeminy – vnitřní eroze a ucpává jimi filtr na obvodu studny. Vydutnost takové studny pak postupem času klesá. Abychom tomu předešli, nepřipouštíme na obvodu studny nadměrné rychlosti. Maximálně přípustnou přítokovou kritickou rychlost na plášti studny můžeme určit ze vztahů:

- podle Sichardta: $v_{max} = \frac{\sqrt{k}}{15} \text{ [m/s]},$
- podle Abramov-Gabrilienka: $v_{max} = 65 \sqrt[3]{k} \text{ [m/den]} .$



12.3.2 Úplná studna s volnou hladinou

Úplnou studnou nazýváme takovou studnu, která prochází celou zvodnělou vrstvou až na nepropustné podloží. Voda do studny přitéká pouze pláštěm studny. Odebíráme-li ze studny průtok Q , sníží se hladina v jejím okolí o snížení z a vytvoří rotační plochu - depresní kužel. Vzdálenost, ve které se prakticky neprojeví snížení hladiny podzemní vody při odběru vody studnou nazýváme dosahem - účinností studny R (měří se od osy studny). Pro jeho výpočet používáme vzorce:

$$\text{podle Sichardta : } R = 3000 z \sqrt{k} \text{ [m] ;} \quad (12.6)$$

$$\text{podle Kusakina: } R = 575 z \sqrt{k Y} \text{ [m] ,} \quad (12.7)$$

kde z je snížení hladiny ve studni a Y mocnost zvodnělé vrstvy. Dosah snížení R je tím větší, čím je zemina propustnější. Při výpočtu úplné studny vycházíme z následujících předpokladů:

- povrch nepropustného podloží je vodorovný;
- zvodnělá filtrační vrstva o mocnosti Y je homogenní (v dosahu studny je stejný součinitel hydraulické vodivosti k);
- odebírané množství Q je konstantní.

Při výpočtu studny s volnou hladinou vycházíme z Dupuitůva teorému (filtrační rychlost je určena sklonem hladiny) - Obr. 12.5:

$$v_f = k \frac{dy}{dr} \quad (12.8)$$

a válcové plochy soustředné s osou studny můžeme považovat za průtočné plochy. **Ve vzdálenosti r vedeme válcovou filtrační plochu o velikosti $2\pi r y$, kterou protéká průtok:**

$$Q = A v_f = 2\pi r y k \frac{dy}{dr}.$$

Po provedení separace proměnných a po integrování v mezích od y_0 do y a od r_0 do r obdržíme rovnici **depresní křivky**:

$$y^2 - y_0^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_0}.$$

Jedná se logaritmickou křivku, pro níž je původní úroveň hladiny podzemní vody asymptotou. Pro výpočet odběru Q ze studny uvažujeme $y = Y$ a $r = R$:

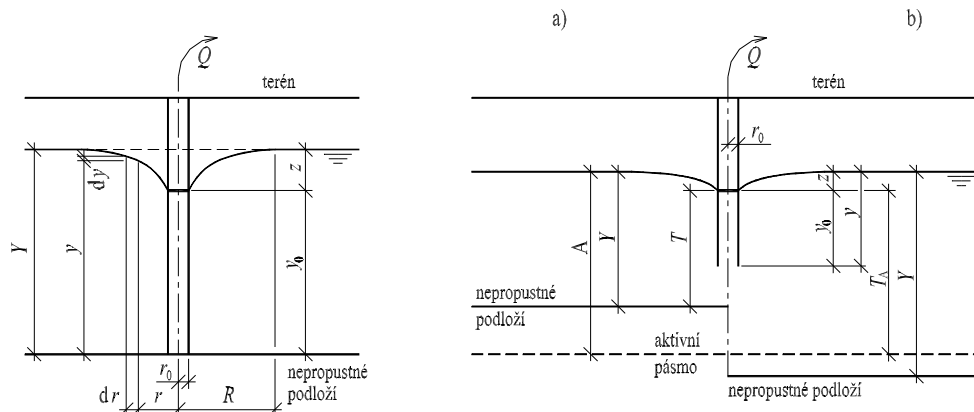
$$Q = \pi k \frac{Y^2 - y_0^2}{\ln \frac{R}{r_0}}, \quad (12.9)$$

kde k je hydraulická vodivost, Y mocnost zvodnělé vrstvy, y_0 hloubka vody na plášti studny při čerpání, r_0 poloměr studny a R dosah studny.



Při stanovení součinitele hydraulické vodivosti k v dané lokalitě se vychází z výsledků takzvané čerpací zkoušky. Ze studny se odebírá při konstantním snížení hladiny z ve studni průtok Q . Ve dvou sondách (1 a 2) vzdálených od středu studny r_1 a r_2 měříme hloubku vody (y_1 a y_2). Z rovnice (12.9) pak můžeme stanovit pro naměřené hodnoty součinitel hydraulické vodivosti k :

$$k = \frac{Q \ln \frac{r_1}{r_2}}{\pi (y_2^2 - y_1^2)}.$$



Obr. 12.5 Úplná studna s volnou hladinou **Obr. 12.6** Neúplná studna

12.3.3 Neúplná studna s volnou hladinou

Neúplné studny nedosahují až k nepropustnému podloží (Obr. 12.6). Voda do studny přitéká pláštěm i dnem studny. Je-li dno studny vysoko nad nepropustným podložím, ovlivní odběr ze studny pouze horní část zvodnělé vrstvy, tzv. aktivní pásmo o výšce A . Pod tímto pásmem zůstává voda prakticky v klidu. Výšku A můžeme určit z Tab. 12.2 (dle Čertousova).



Tab. 12.2 Koeficienty pro výpočet neúplné studny

$\frac{z}{y_d}$	0,2	0,3	0,5	0,8	1,0
$\frac{A}{y_d}$	1,3	1,6	1,7	1,85	2,0

Pro výpočet průtoku rozlišujeme dva případy:

- nepropustné podloží je nad hranicí aktivní vrstvy (Obr. 12.6 a), pak odběr vody Q můžeme určit podle empirického Forchheimerova vztahu:



$$Q = \pi k \frac{Y^2 - T^2}{\ln \frac{R}{r_0}} \sqrt{\frac{y_0 - 0,5 r_0}{T}} \sqrt[4]{\frac{2T - y_0}{T}}, \quad (12.10)$$

který platí pro studny napájené stěnami i dnem. Při nepropustném dnu studny odpadá ve druhém zlomku člen $0,5 r_0$,

- je-li nepropustné podloží pod hranicí aktivní vrstvy (Obr. 12.6 b), můžeme použít (12.10), uvažují se však vždy výšky hladiny v aktivním pásmu, tedy Y nahradíme hodnotou A a T hodnotou T_A :



$$Q = \pi k \frac{A^2 - T_a^2}{\ln \frac{R}{r_0}} \sqrt{\frac{y_0 - 0,5 r_0}{T_a}} \sqrt[4]{\frac{2T_a - y_0}{T_a}}. \quad (12.11)$$

12.3.4 Studny tlakové

Je-li zvodnělá vrstva seshora omezená nepropustným nadložím, pak po provrtání této nepropustné vrstvy vystoupí tlaková (napjatá) voda ve studni nebo v sondě do úrovně odpovídající tlakové výšce. Při výtoku nebo při čerpání z tlakové studny vytvoří hladiny v sondách okolo studny depresní plochu a v řezu svislou rovinou depresní křivku. Při řešení předpokládáme, že:



- zvodnělá vrstva je vodorovná,
- má stálou mocnost,
- a je stejnorodá.



Úplná tlaková studna

Úplná tlaková studna (Obr. 12.7) prochází celou výškou h zvodnělé vrstvy. Voda tedy proudí ke studni koncentrickými válcovými plochami o stálé výšce, tedy $A = 2 \pi r h$ a pro odběr platí:

$$Q = A v_f = 2 \pi r h k \frac{dy}{dr},$$

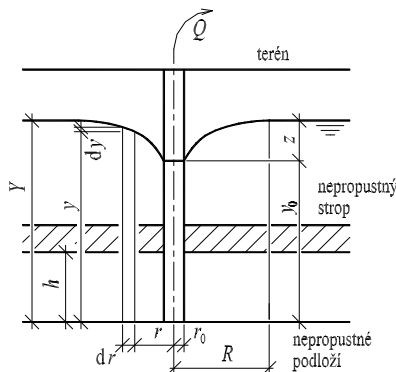
kde $\frac{dy}{dr}$ je sklon tlakové čáry. Separací proměnných a integrováním v mezích od y_0 do y a od r_0 do r obdržíme rovnici depresní křivky:

$$y - y_0 = \frac{Q}{2 \pi h k} \ln \frac{r}{r_0}. \quad (12.12)$$

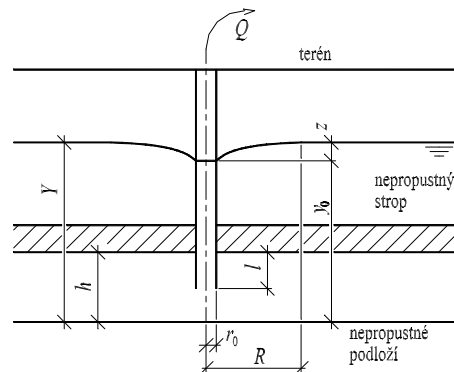
Pro výpočet odběru Q zavedeme do výpočtu dosah účinnosti studny a původní úroveň tlakové čáry, tedy $r = R$ a $y = Y$:

$$Q = \frac{2 \pi h k (Y - y_0)}{\ln \frac{R}{r_0}} = \frac{2 \pi h k z}{\ln \frac{R}{r_0}}, \quad (12.13)$$

kde z je snížení hladiny $z = (Y - y_0)$.



Obr. 12.7 Úplná tlaková studna



Obr. 12.8 Neúplná tlaková studna



Neúplná tlaková studna

U neúplné tlakové studny zasahuje plášť jen do části l zvodnělé vrstvy (Obr. 12.8). Průtok Q se dá z úplné tlakové studny podle Forchheimera modifikovat takto:

$$Q = \frac{2 \pi k h z}{\ln \frac{R}{r_0}} \sqrt{\frac{l}{h}} \sqrt{\frac{2h-l}{h}}. \quad (12.14)$$

12.3.5 Studny vsakovací



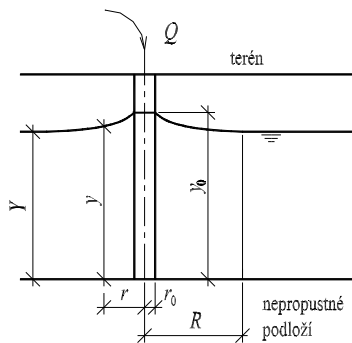
Studna vsakovací (Obr. 12.9) je taková studna, do které přivádíme povrchovou vodu, která následně vsakuje do pórovitého prostředí - zeminy. Tak se umělou infiltrací zvětšuje množství podzemní vody.

Výpočet vsakovací studny provádíme za obdobných předpokladů a stejným způsobem jako u studny úplné. Při vsakování je hloubka vody ve studni $y_0 > Y$ a voda infiltruje do okolního prostředí. Hladina utvoří elevanční křivku:

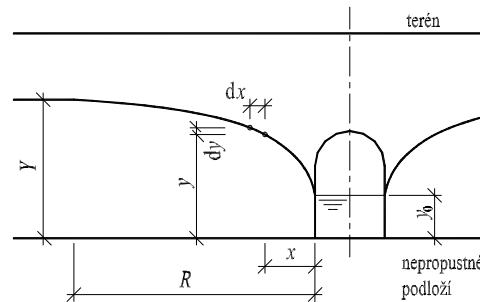
$$y_0^2 - y^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_0}$$

a z ní vyjádříme přítok Q do studny (dosazením za $r = R$ a $y = Y$):

$$Q = \pi k \frac{y_0^2 - Y^2}{\ln \frac{R}{r_0}}. \quad (12.15)$$



Obr. 12.9 Vsakovací studna



Obr. 12.10 Sběrná štola

12.4 Sběrná štola

Je-li menší výška zvodnělé vrstvy, používáme pro jímání vody sběrné štoly (Obr. 12.10). Předpokládejme sběrnou štolu s obdélníkovým průřezným průřezem, jejíž dno sahá až na nepropustné vodorovné podloží. Filtrace bude symetrická k ose štoly a určíme jednostranný výron podzemní vody q na délce štoly 1m. Bude-li aktivní délka štoly L , dostaneme celkový výron:

$$Q = 2 q L. \quad (12.16)$$

Pro výpočet výronu q použijeme Dupuitovy teoremy:

$$q = y \, 1,0 k \frac{dy}{dx}.$$

Provedeme separaci proměnných:

$$y \, dy = \frac{q}{k} \, dx$$

a po integrování v mezích od y_0 do Y a od 0 do R obdržíme vztah pro výron na 1 metr délky:

$$q = \frac{k (Y^2 - y_0^2)}{2 R}.$$

Celkový výron (z obou stran a na délce L) je

$$Q = 2 q = \frac{k (Y^2 - y_0^2) L}{R}. \quad (12.17)$$



12.5 Soustava studní

V praxi často nestačí na větší odběry podzemní vody jedna studna, a proto se čerpá ze soustavy studní (Obr. 12.11). Snížení hladiny je pak také pravidelnější. Toho můžeme využít i při zakládání staveb, když potřebujeme snížit hladinu podzemní vody v okolí stavební jámy. Necht' soustava studní je tvořena n úplnými studnami. Kdyby každá pracovala samostatně, byly by rovnice depresních křivek podle Dupuitova teorému :

$$y^2 - y_{01}^2 = \frac{Q_1}{\pi k} \ln \frac{r}{r_{01}}$$

$$y^2 - y_{02}^2 = \frac{Q_2}{\pi k} \ln \frac{r}{r_{02}} ;$$

$$\dots\dots\dots ;$$

$$y^2 - y_{0n}^2 = \frac{Q_n}{\pi k} \ln \frac{r}{r_{0n}}$$

(12.18)

kde $r_{01}, r_{02}, \dots, r_{0n}$ jsou poloměry jednotlivých studní a Q_1, Q_2, \dots, Q_n odběry z nich. Předpokládejme, že při současném působení všech n studní bude hodnota y^2 v bodě A dána součtem působení jednotlivých studní ve vzdálenostech r_1, r_2, \dots, r_n od tohoto bodu:

$$y^2 = \frac{Q_1}{\pi k} \ln \frac{r_1}{r_{01}} + \frac{Q_2}{\pi k} \ln \frac{r_2}{r_{02}} + \dots + \frac{Q_n}{\pi k} \ln \frac{r_n}{r_{0n}} + C, \quad (12.19)$$

kde C je integrační konstanta. Rovnice se zjednoduší, když budou všechny odběry stejné $Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = Q$. Celkový odběr ze soustavy tedy bude $Q_c = nQ$. Rovnici (12.19) pak můžeme zapsat ve tvaru:

$$y^2 = \frac{Q_c}{\pi k n} [\ln(r_1 r_2 \dots r_n) - \ln(r_{01} r_{02} \dots r_{0n})] + C, \quad (12.20)$$

Pro určení C se zjednodušeně předpokládá, že rozdíl vzdáleností jednotlivých studní od bodu A je zanedbatelný, tedy:

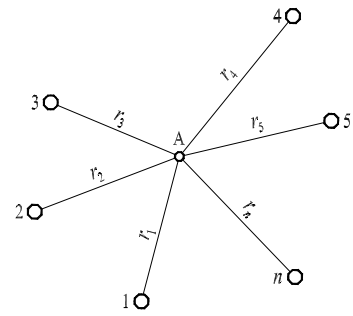
$$r_1 \approx r_2 \approx \dots \approx r_n = r.$$

Potom

$$y^2 = \frac{Q_c}{\pi k} \left[\ln r - \frac{1}{n} \ln(r_{01} r_{02} \dots r_{0n}) \right] + C$$

a dosadíme-li za y výšku zvodnělé vrstvy Y a tomu odpovídající dosah účinnosti soustavy studní $r = R$, obdržíme:

$$C = Y^2 - \frac{Q_c}{\pi k} \left[\ln R - \frac{1}{n} \ln(r_{01} r_{02} \dots r_{0n}) \right]. \quad (12.21)$$



Obr. 12.11 Soustava studní

Vztah (12.21) dosadíme do (12.20) a dostaneme vztah pro polohu hladiny:

$$y^2 = \frac{Q_c}{\pi k} \left[\frac{1}{n} \ln(r_1 r_2 \dots r_n) - \frac{1}{n} \ln(r_{01} r_{02} \dots r_{0n}) \right] + Y^2 - \frac{Q_c}{\pi k} \left[\ln R - \frac{1}{n} \ln(r_{01} r_{02} \dots r_{0n}) \right],$$

$$y^2 = \frac{Q_c}{\pi k} \left[\frac{1}{n} \ln(r_1 r_2 \dots r_n) - \ln R \right] + Y^2. \quad (12.22)$$

Celkový odběr soustavou studní je:

$$Q_c = \frac{\pi k (Y^2 - y^2)}{\ln R - \frac{1}{n} \ln(r_1 r_2 \dots r_n)}. \quad (12.23)$$

Pro dosah účinnosti R soustavy studní byl vlastně odvozen výraz Kusakinův (12.7), i když se ho používá také pro jednotlivou studnu. Hodnota z je v něm snížení uprostřed soustavy studní, u nesouměrného uspořádání ji uvažujeme v těžišti soustavy.

Rovnice (12.22) a (12.23) se zjednoduší, budou-li **studny na kružnici o poloměru** r_s . Pak pro střed S soustavy platí $r_1 = r_2 = \dots = r_n = r_s$, takže:

$$y^2 = Y^2 - \frac{Q_c}{\pi k} \ln \frac{R}{r_s}, \quad (12.24)$$

$$Q_s = \frac{\pi k (Y^2 - y_s^2)}{\ln \frac{R}{r_s}}, \quad (12.25)$$

kde y_s je výška hladiny ve středu S soustavy.

Př. 12.1

Studna o průměru $D = 0,5$ m sahá do nepropustného podloží zvodnělé vrstvy s tlakovou vodou. Úroveň podloží je na kótě 260 m n.m., mocnost zvodnělé vrstvy je $h = 5,0$ m, součinitel hydraulické vodivosti $k = 0,001$ m/s. Určete úroveň tlakové čáry ve vzdálenosti 60 m od osy studny při odběru $Q = 0,006$ m³/s, když se hladina ve studni ustálí na kótě 268 m n.m.

$$\begin{aligned} k &= 0,001 \text{ m/s}; & h &= 5,0 \text{ m}; \\ D &= 0,5 \text{ m}; & r_0 &= 0,25 \text{ m}; \\ Q &= 0,006 \text{ m}^3/\text{s}; & r &= 60,0 \text{ m}; \\ y_0 &= (268,0 - 260,0) \text{ m} = 8,0 \text{ m}; \end{aligned}$$

Řešení:

Z rovnice tlakové čáry čili depresní křivky (12.12) dostaneme:

$$y = y_0 + \frac{Q}{2\pi h k} \ln \frac{r}{r_0};$$

$$y = 9,05 \text{ m}.$$

Ve vzdálenosti 60 m od osy studny bude tedy kóta tlakové čáry 260,0 m n.m. + 9,05 m = 269,05 m.

Př. 12.2

K odvodnění stavební jámy (Obr. 12.13), jejíž dno je na kótě 270 m n.m., jsou navrženy 4 studny. Vypočtete celkový odběr Q_c z této soustavy studní při stejné kapacitě každé jednotlivé studny, je-li původní hladina podzemní vody na kótě



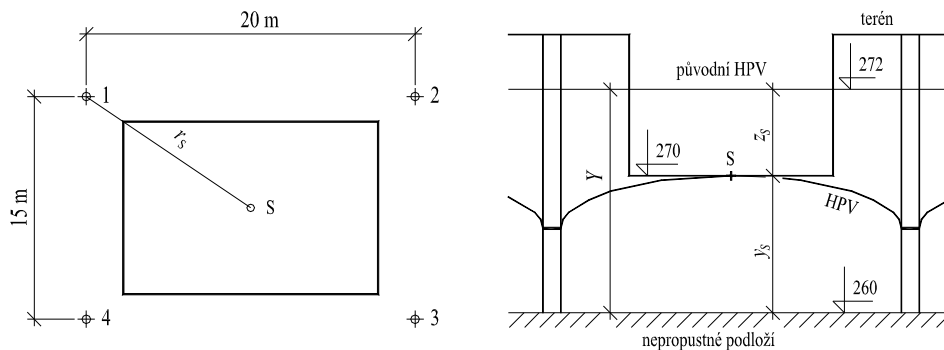
272 m n.m. Nepropustná vrstva, ke které studny sahají je na kótě 260 m n.m.
Koeficient hydraulické vodivosti je $k = 0,0005$ m/s.

$$k = 0,0005 \text{ m/s;}$$

$$Y = (272 - 260) \text{ m} = 12,0 \text{ m;}$$

$$y_s = (270 - 260) \text{ m} = 10,0 \text{ m;}$$

$$z_s = (272 - 270) \text{ m} = 2,0 \text{ m;}$$



Obr. 12.12 Návrh studní pro odvodnění stavební jámy



Řešení:

Pro splnění požadavku na odvodnění stavební jámy, je zapotřebí snížit HPV ve středu výkopu S na kótu 270 m n.m. Ve všech ostatních místech jámy, pak bude HPV nižší.

Dosah snížení dle Kusakina: $R = 575 z_s \sqrt{k Y}$;

$$R = 89,1 \text{ m;}$$

$$n = 4 \text{ (studny)}$$

$$r_s = r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \sqrt{10^2 + 7,5^2} = 12,5 \text{ m;}$$

Celkový odběr soustavou studní je podle (12.25):

$$Q_s = \frac{\pi k (Y^2 - y_s^2)}{\ln R - \ln r_s} ;$$

$$Q_s = 35,2 \text{ l/s.}$$

Na každé čerpadlo připadne $1/4$ Q_s , tedy 8,8 l/s.



Kontrolní otázky

- Jakých hodnot nabývá součinitel hydraulické vodivosti?
- Jaký je rozdíl mezi úplnou a neúplnou studnou?

ČÁST II – HYDROLOGIE

13 Hydrologie - základní pojmy

13.1 Význam a rozdělení hydrologie

Hydrologie je věda, která se soustavně zabývá poznáváním zákonů výskytu a oběhu vody v přírodě. Její význam a úloha plyne z nepostradatelnosti vody pro vše živé, pro život a činnost člověka. Získané znalosti o zdrojích vod, o vzniku a rozdělení odtoku vod na povrchu i pod povrchem zemským, mohou být využity pro zlepšení podmínek života na Zemi. Hydrologické údaje, které obsahují důležité charakteristiky vodního režimu, jsou podkladem:

- pro návrh koncepčně správného, hospodárného a dobře fungujícího vodohospodářského díla;
- pro návrh vodohospodářského zásahu, který zlepší vodní poměry.

Na výsledcích hydrologie staví:

- **hydrotechnika**, která se zabývá problematikou využití vodní energie, výstavbou přehrad, jezů, úpravami toků, splavněním toků a všemi otázkami vodních cest;
- **hydromeliorace**, v jejichž rámci budujeme závlahy a odvodnění zemědělských pozemků, provádí se protierozní opatření v postižených nebo na erozi náchylných územích. Do této oblasti patří též hrazení bystřin a zakládání rybníků;
- **zdravotní inženýrství**, pro které hydrologie poskytuje podklady, nutné k řešení všech otázek spojených s problematikou odvádění a čištění odpadních vod, zajišťováním sídlišť a průmyslu pitnou a užitkovou vodou atd.

Potřeba a spotřeba vody neustále narůstá. Vzhledem k omezenému množství vody je třeba nároky společnosti plánovat tak, aby vodní zdroje byly pro různé národohospodářské účely využívány racionálně a optimálním způsobem. Tuto celkovou řídicí a koncepční úlohu zastává **vodní hospodářství**. Jeho činnost je prakticky nemyslitelná bez dobrých a spolehlivých hydrologických podkladových materiálů.

Hydrologie spolupracuje a využívá poznatky mnoha styčných oborů, mezi které patří především:

- *meteorologie*, zkoumající fyzikální změny a děje v ovzduší, kde se odehrává přeměna par na vodní srážky, transport vláhly na velké vzdálenosti apod.;
- *klimatologie*, zkoumající dlouhodobý režim počasí;
- *pedologie, geologie a hydrogeologie*, zabývající se prostředím, do kterého voda po dopadu na zemský povrch infiltruje;
- *hydraulika*, zabývající se klidem a pohybem vody;
- a řada dalších jako *agrotechnika*, atd.

Kromě toho využívá postupy, metody a prostředky teoretických vědních oborů jako *matematika, statistika, teorie pravděpodobnosti, fyzika, chemie* apod.

Hydrologii lze rozdělit na hydrologii moří a hydrologii pevnin. Hydrologii pevnin můžeme dále dělit na hydrologii atmosféry (*hydrometeorologie*), hydrologii tekoucích vod (*potamologie*), hydrologii stojatých vod (*limnologie*), hydrologii podzemních vod a hydrologii ledovců (*glaciologie*).





Hydrologie se dělí na několik oddílů. Ta část, zabývající se pozorováním, cílevědomým shromažďováním, klasifikací, tříděním a zpracováváním získaného materiálu, se nazývá **hydrografie**. Základním předpokladem činnosti je měření hydrologických prvků. Proto další oddíl, zvaný **hydrometrie**, se věnuje návrhu vhodných přístrojů, metod měření a samotnému měření v terénu.



Část hydrologie, která poskytuje potřebná data a informace pro projekční činnost, provozní činnost a údržbu vodohospodářských děl a stavební činnosti člověka vůbec, se nazývá **inženýrská hydrologie**. Kromě toho slouží a je potřebná pro veškeré aktivity, sloužící k zachování stávajícího dobrého, případně zlepšení již poškozeného životního prostředí určité oblasti.

13.2 Vývoj hydrologie



Význam vody pro život chápali lidé již odedávna. Pozorování kolísání hladin řek, pozorování pohybu vody bylo spojeno hlavně s hospodářskou činností člověka. Úroveň hladiny a jí odpovídající rozsah zatopení přilehlých oblastí vodou, bohatou na živiny, umožňovaly již starým Egypťanům předpovídat budoucí úrodu. Rovněž u nás se zachovaly zprávy v kronikách o pozorování vodních hladin, zvláště v období velkých povodní. Ještě dnes mnohé vodní stavby v Čechách (mlýny, jezy, systémy rybníků), z nichž některé si zachovaly svou funkci dodnes, svědčí o velmi dobrých znalostech našich předků o základních zákonech hydrologie a hydrauliky.

Vývoj hydrologie se prakticky až do minulého století kryje s vývojem jiných věd, především fyzického zeměpisu, geofyziky a hydrauliky. V rámci těchto věd prošla hydrologie dlouhou vývojovou cestu od období intuice a dohadů (asi do r. 1400), přes jednotlivá období pozorování, měření, experimentů, modernizace a matematizace (r. 1800-1900), přes období empirie, kdy začíná existovat jako samostatná věda (r. 1900-1930). Léta 1930-1950 jsou obdobím vlivu exaktních věd až k současnému stavu, kdy v období hydrologického laboratorního pokusu se často složité otázky oboru řeší matematickými i jinými modely. Období let 1930-1950 bylo obdobím zvláště výrazného rozvoje hydrologie inženýrské.

Uvedli jsme, že dříve hydrologie nebyla samostatnou vědou. Základním předpokladem jejího dalšího vývoje byla znalost toho, jak určit nejdůležitější prvek - **průtok**.



K tomu, že hydrologie začala vznikat jako samostatný vědní obor značně přispěly některé objevy, které přispěly k zpřesnění měření, resp. výpočtu nejdůležitějšího hydrologického prvku, tj. **průtoku**. Sem patří:

- Toricelli, který jako první (v 17 stol.) uskutečnil měření průtoku vody výtokem z otvoru nádoby;
- Perreault, který v r. 1650 určil z přibližného měření průtoků řeky Seiny v Paříži první kvantitativní vztahy v oběhu vody v přírodě;
- Pitot, který v r. 1732 objevil možnost změřit místní rychlost proudu pomocí trubice;

- Chézy, který v r. 1775 uveřejnil způsob výpočtu střední průtočné rychlosti;
- Woltmanna, který vynalezl hydrometrickou vrtuli. Tou bylo možno měřením zjistit rychlostní pole v průtočném průřezu a vyhodnotit průtok i v přirozeném korytě toku.



13.3 Rozdělení vody na zemi

Souhrn vody na zemi nazýváme hydrosférou a její objem pokládáme prakticky za stálý. Celkový objem vody se odhaduje na $1,33 \cdot 10^9 \text{ km}^3$. Voda má pro přírodu základní význam - jednak se účastní převažující, většiny procesů fyzikálních, chemických i biologických, jednak je ve všech svých formách činitelem, který má závažnou účast při formování zemského povrchu. Světová moře a oceány zaujímají plochu 70,5% zemského povrchu a je v nich obsaženo asi $1,3 \cdot 10^9 \text{ km}^3$ vody. Z celkového množství vody na zemi připadá na vodu pevniny a vodu v atmosféře jen nepatrná část - kolem 1 %. V jezerech je asi $0,75 \cdot 10^6 \text{ km}^3$ vody a v řekách $1,2 \cdot 10^4 \text{ km}^3$. Množství vody, které ročně z povrchu zemského odteče, činí asi $37 \cdot 10^3 \text{ km}^3$. Z toho se velká většina bezprostředně vrací do moře a jen asi 700 km^3 ročního odtoku připadá na vnitrozemské oblasti bez odtoku do moře.



13.4 Koloběh vody na zemi

Působením sluneční energie se voda nepřetržitě vypařuje v množství, jež se odhaduje ročně na $519\,000 \text{ km}^3$. Hlavním zdrojem výparu jsou světová moře. Vypařená voda je transportována vzdušnými proudy. Část par po čase kondenzuje a ve formě srážek padá buď zpět na mořskou hladinu nebo až na pevninu. Tam se pak vsakuje do půdy a tvoří podzemní vodu nebo stéká po povrchu (povrchová voda), postupně se koncentruje - vytváří vodní toky a jimi se vrací z největší části zpět do moří a oceánů. Přitom se neustále vypařuje. Vzniká tak v prvním případě jen v dosahu moří malý oběh vody, v druhém případě velký oběh vody. Celkem malá část objemu této vody, asi v hodnotě 7700 km^3 , se účastní oběhu v bezodtokových vnitrozemských oblastech. Schematicky je oběh vody v přírodě znázorněn na Obr. 13.1.



Celkovou bilanci oběhu vody mezi pevninou a oceánem můžeme zjednodušeně vyjádřit jednoduchými rovnicemi podle Obr. 13.2.



V dlouhodobém průměru bude roční objem vody V_o , který se vypaří z oceánů, roven ročnímu objemu srážek S_o , které nad nimi spadly, zvětšenému o roční objem vody P , který přitekla z pevniny:

$$V_o = S_o + P. \quad (13.1)$$

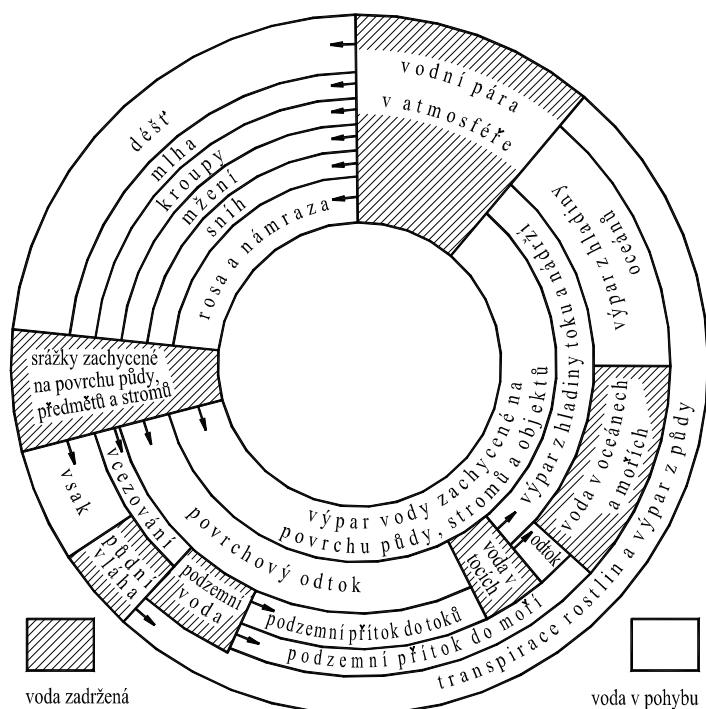
Průměrný roční objem výparu z pevniny V_p , je roven objemu vody se spadlých srážek S_p zmenšenému o objem odtoku vody do moří P :

$$V_p = S_p - P. \quad (13.2)$$

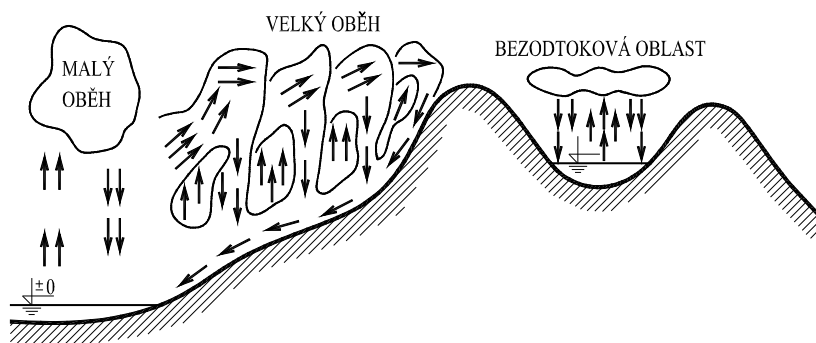
Vyjádřením P z obou předchozích vztahů a jejich porovnáním dostaneme:

$$V_o + V_p = S_o + S_p. \quad (13.3)$$

Tedy roční objem vody, vypařené na celém povrchu země, se vyrovnává s ročním objemem vody spadlým ve formě srážek na zemský povrch.



Obr. 13.1 Oběh vody na zemi

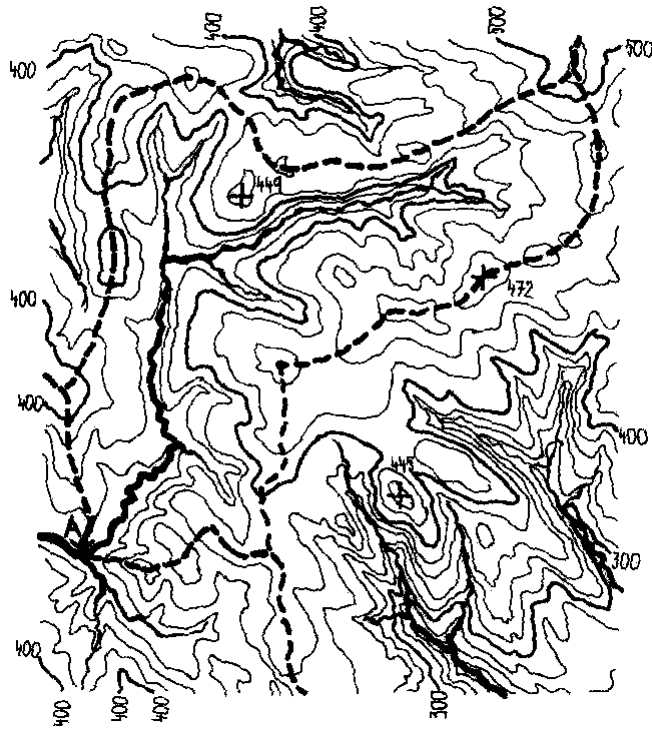


Obr. 13.2 Malý a velký koloběh vody

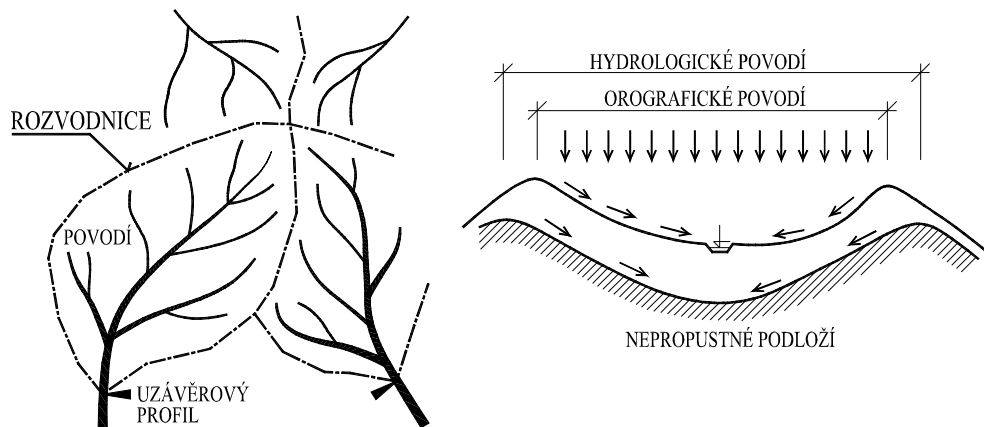
13.5 Povodí



Povodí je *základní pracovní jednotkou* v hydrologii. Je to území, ze kterého všechna voda stéká k určitému místu na toku (*uzávěrový profil*). Jedná se tedy o sběrnou oblast toku. Jde přitom o veškerý odtok - povrchový i podzemní. Povrchový odtok obvykle převládá. Podzemní povodí se od povrchového odchyloje zpravidla jen nepatrně. V takovémto případě je postačující určit povodí vyhledáním oblasti, z níž voda stéká z nejvyšších míst k nižším podle tvaru a výškové členitosti povrchu území. Hranice oblasti, která se určuje z topografických map 1:25 000 až 1:100 000 a tvoří uzavřenou čáru, se nazývá *rozvodnice*. Probíhá po nejvyšších místech a odděluje území, z něhož voda odtéká k sousedním tokům. Takto stanovené povodí je *povodí orografické*. Jeho plochu je možno určit planimetrováním.



Obr. 13.3 Orografické povodí



Obr. 13.4 Orografické povodí a hydrologické povodí

Ne vždy je možno rozdíel mezi plochou orografického povodí a podzemního povodí zanedbat. Vzniká tak nutnost pracovat se skutečným - hydrologickým povodím, které je sběrnou oblastí celkového odtoku vody z povodí a jehož vymezení může být značně problematické, zejména v oblastech vyskytujících se krasových jevů.



Povodí je třeba vždy označit uzávěrovým profilem na toku. Bez bližšího označení uvažujeme vždy povodí celého toku až k ústí.

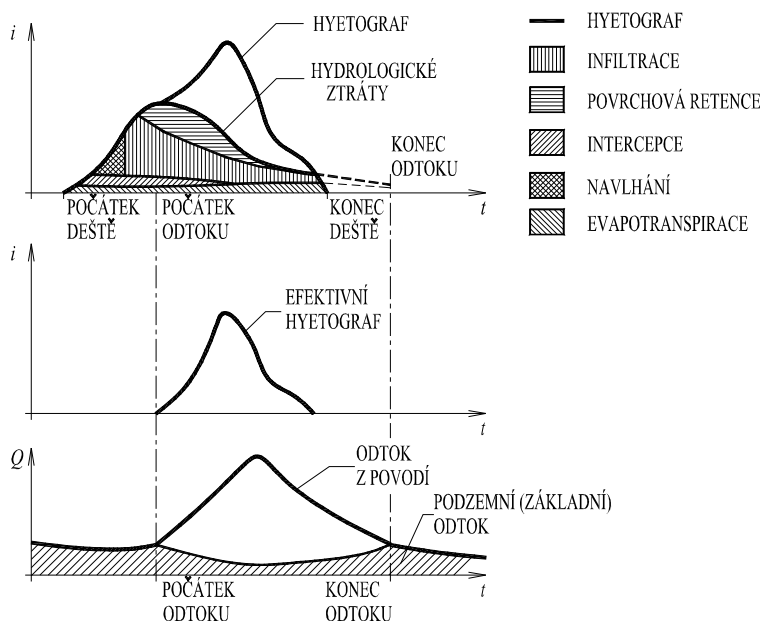
13.6 Srážkoodtokový proces v povodí

Srážkoodtokovým procesem rozumíme postupnou transformaci srážky dopadající na povodí až na odtok vody uzávěrovým profilem povodí. Je zřejmé, že se jedná o velmi složitý proces, který je ovlivněn řadou činitelů. Především je to skupina **klimatických činitelů**. Sem patří vlastní časový





a prostorový průběh spadlé příčné srážky, vlhkost ovzduší, výpar, teplota ovzduší, rychlost a směr větru, atmosférický tlak apod. Druhou skupinu tvoří **geografictí činitelé** povodí. To jest: plocha, velikost, střední nadmořská výška, tvar, reliéf, říční síť, hydrogeologické poměry, vegetační pokryv apod. První skupinu tvoří vedle příčné srážky zejména meteorologické veličiny ovlivňující především celkový výpar vody z povodí. Druhá skupina popisuje prostředí, ve kterém se vlastní proces odehrává. Určuje dynamické (přenosové) vlastnosti povodí, které jsou rozhodující pro způsob, jakým se bude časový průběh srážky daného prostorového rozložení transformovat na časový průběh odtoku vody uzávěrovým profilem.



Obr. 13.5 Schéma srážkoodtokového procesu v povodí



Vlastní srážkoodtokový proces se skládá ze **dvou dílčích transformací** (Obr. 13.5). V průběhu první - **hydrologické transformace** - jsou od srážky dopadající na povodí postupně odečítány hydrologické ztráty. Sem patří ztráta výparem - evapotranspirace (celkový výpar z povrchu vegetačního pokryvu, z pórů rostlin a z půdy), ztráta vlivem intercepce (zdržení vody na povrchu vegetace), ztráta navlháním, ztráta infiltrací vody do půdy a ztráta povrchovou retencí (plošný povrchový odtok nastane až po zaplnění nerovností terénu vodou). Postupnou separací hydrologických ztrát od časového průběhu intenzity srážky získáme efektivní intenzitu srážky. Množství vody takto spadlé na povrch terénu pak odtéká z povodí ve formě plošného povrchového odtoku. Tím je započata druhá - **hydraulická transformace**. Plošný povrchový odtok se postupně koncentruje v ronových a erozních rýhách a následně v říční síti až na odtok uzávěrovým profilem. Není to však celkový odtok, který uzávěrovým profilem protéká. Část celkového odtoku tvoří podzemní odtok - voda, která se dostala do podzemí převážně infiltrací srážky. Z podzemí pak odtéká buď z nenasycené zóny nad hladinou podzemní vody nebo z nasycené zóny pod souvislou hladinou podzemní vody ve formě podzemního odtoku do říční sítě. V nenasycené zóně zemědělsky obdělávaných povodí bývá půda do obdělávané hloubky značně nakypřená a má tudíž značně větší propustnost než půda pod tímto horizontem. Proto dochází k odtoku po rozhraní mezi těmito hloubkami a voda může vytékat na svazích na povrch

půdy. V takovémto případě mluvíme o hypodermickém odtoku. Celkový odtok vody z povodí pod povrchem terénu se nazývá plošným podzemním odtokem a je analogií plošnému povrchovému odtoku. Voda se v nasycené zóně pohybuje po relativně nepropustném podloží. Někdy však proniká vlivem puklin apod. z nepropustné zóny do značných hloubek a pak může vyvěrat v jiném povodí, než na které dopadla příčinná srážka. Takovýto průnik se nazývá perkolací.



Poznámka:

Matematické modelování srážkoodtokového procesu je značně složitým problémem. Existující modely převážně směřují k simulaci srážkoodtokového procesu v povodí. Ne vždy je však možné jít při řešení tohoto problému do detailů. Přílišná podrobnost řešení vede na velmi složité modely, které většinou zápasí s "krizí dat", kdy jim není možno poskytnout všechny požadované informace a řadu vstupních dat je třeba odhadnout. Tím je snížena i jejich kvalita a použitelnost. Tyto problémy se výrazně projevují při modelování srážkoodtokového procesu v rozsáhlých povodích. Značně zjednodušené modely však poskytují jen velmi hrubé odhady průběhu průtoku v uzávěrovém profilu. Vždy je třeba hledat přijatelnou formu zjednodušení.

13.7 Základní bilanční rovnice

Vztah mezi úhrnem srážek spadlých (výška vodního sloupce v mm vytvořená na bezodtokové oblasti za určité období), úhrnem výparu a úhrnem odtoku je možno pro povodí vyjádřit jednoduchou, ale velmi důležitou relací, tzv. základní bilanční rovnicí:



$$H_o = H_s - H_v . \quad (13.4)$$

Tato rovnice platí pro povodí bez nádrží a pro povodí bez přítoku a odtoku vody ze sousedních povodí. Musí však být použita pro období, která jsou delší nebo rovna jednomu roku. Se zkracujícím se obdobím, za které je bilance provedena, rovnice přestává platit. Na pravou stranu rovnice je pak třeba doplnit opravný člen H_R , který se nazývá členem retenčním. Ten zohledňuje např. změnu zásob podzemních vod v uvažovaném povodí a jiné hydrologické jevy, které mohou způsobit neplatnost uvedené rovnice.

Kontrolní otázky

- Jak se dělí hydrologie?
- Co je to povodí?
- Zapište základní bilanční rovnici.



14 Meteorologie a klimatologie

Meteorologie je nauka, zabývající se všestranným studiem jevů, probíhajících v zemské atmosféře.



Momentální stav atmosféry, definovaný hodnotami souvisejících faktorů jakými je např. tlak, teplota a vlhkost vzduchu, intenzita slunečního záření, oblačnost apod., určuje počasí. Meteorologie je dnes rozsáhlá vědecká disciplína, která při studiu využívá fyzikálních poznatků a metod řešení fyziky atmosféry. Meteorologie se člení na:





- **na dynamickou meteorologii**, která studuje dynamiku a termodynamiku atmosféry pro vědecky zdůvodněnou předpověď počasí;
- **na synoptickou meteorologii**, sledující a analyzující jevy v atmosféře;
- **na fyzikální meteorologii**, která zkoumá fyziku oblaků, tvorbu srážek, záření, optické, elektrické a další jevy odehrávající se v atmosféře;
- **na aplikovanou meteorologii**, kam patří např. zemědělská meteorologie, letecká meteorologie apod.



Klimatologii můžeme charakterizovat jako vědu, která zkoumá a zabývá se dlouhodobým chodem počasí a jeho zákonitostmi - je to nauka o podnebí (klimatu).



Úkolem klimatologie je:

- a) studium toho, jak se utvářelo podnebí na naší Zemi, dále pak popis a objasnění podnebných zvláštností jednotlivých světadílů i menších území,
- b) klasifikace podnebí a vymezení klimatických oblastí,
- c) studium podnebí v dřívějších dobách historických a geologických, studium kolísání a změn klimatu,

tyto poznatky mají v poslední době sloužit snahám předpovědět budoucí změny klimatu na Zemi, vyvolané činností člověka. Klimatologie je rovněž značně rozsáhlý vědní obor, dělí se dnes na klimatologii obecnou, regionální, teoretickou a aplikovanou (sem patří např. klimatologie letecká, technická, zemědělská a klimatologie měst).

14.1 Vlhkost ovzduší



Vodní páry se dostávají do ovzduší při každé teplotě buď výparem nebo sublimací. Vlhkost vzduchu je dána množstvím vodních par v ovzduší, jež silně kolísá. Obsah par v ovzduší charakterizujeme především *absolutní vlhkostí* vzduchu. Je to okamžitá skutečná vlhkost. Vyjadřuje množství vodních par obsažených při dané teplotě ve vzduchu. Buď se značí φ [g/m^3] a vyjadřuje hmotnost vodních par v gramech obsažených v 1 m^3 vzduchu nebo se značí e a vyjadřuje tlak vodních par v torrech (dříve mm rtuťového sloupce).

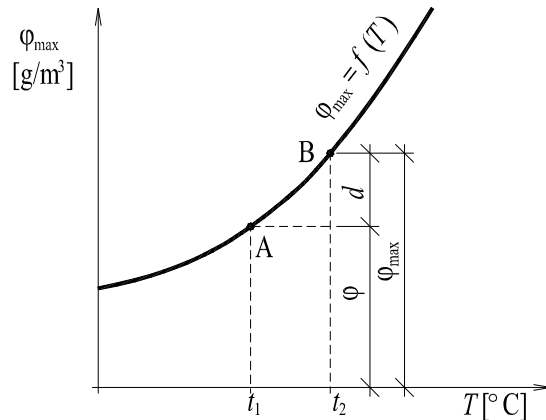
Nasycení vzduchu vodními parami závisí na jeho teplotě. Při dané teplotě může tedy ovzduší obsahovat nanejvýš určité množství par, jež udává *maximální vlhkost* φ_{\max} , resp. E . Poměr mezi absolutní vlhkostí e a maximální vlhkostí E při dané teplotě je relativní vlhkostí r [%]:

$$r = \frac{e}{E} 100. \quad (14.1)$$

Množství vodních par, které vzduch za určité teploty může ještě přijmout, je sytostní doplněk d [torr]:

$$d = E - e. \quad (14.2)$$

Hodnoty maximální vlhkosti vzduchu za různých teplot jsou znázorněny na Obr. 14.1. Rosný bod je teplota; na kterou se musí vzduch ochladit, aby byl daným obsahem par nasycen. Je tedy hranicí teploty, při které nastává srážení čili kondenzace vodních par. Neviditelná vodní pára se začne vylučovat jako nepatrné vodní kapičky nebo ledové krystalky, které se v ovzduší mohou udržet jako mraky.



Obr. 14.1 Závislost maximální vlhkosti na teplotě

14.2 Výpar

Vypařování vyplývá z neustálého pohybu molekul vody, který se stupňuje při nárůstu teploty. Některé molekuly přitom překonávají přitažlivost molekul sousedních a přecházejí do ovzduší. Opačný proces je kondenzace. Pronikání vodních par do ovzduší nastává buď difúzí nebo vzdušnými proudy.

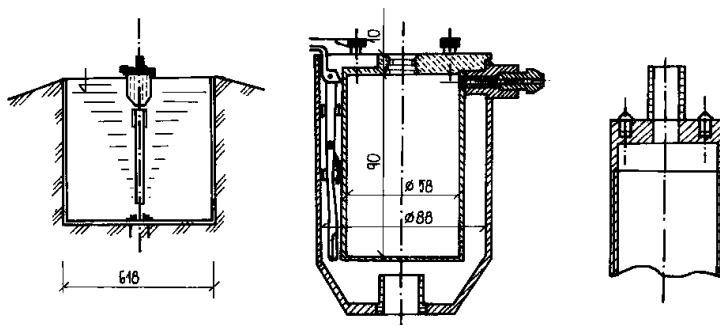
Výpar je proces složitý, závislý na celé řadě činitelů, např.: velikost plochy, její tvar, barva, vegetace, zásoba vody, teplota a vlhkost vzduchu, barometrický tlak, síla větru. Rozeznáváme výpar z volné hladiny, výpar z půdy a výpar rostlinami či transpiraci rostlin.

Výpar z vodní hladiny je poměrně nejjednodušší. U vodních nádrží je nejvýznamnější složkou ztrát vody. Tento výpar se v našich podmínkách pohybuje v rozmezí cca 1 až 3 mm za den a 200 až 800 mm za rok, především v závislosti na teplotě a nadmořské výšce. Pro odhad průměrného denního výparu lze použít řadu vzorců, které jsou většinou závislé na sytostním doplňku. Průměrný denní úhrn výparu $H_{v,d}$ [mm] můžeme podle Šermera počítat ze vztahu:

$$H_{v,d} = 0,931 d + 0,20, \quad (14.3)$$

kde d je průměrná měsíční hodnota sytostního doplňku v torrech.

Pro měření výparu se dříve používalo Wildova výparoměru založeného na principu listovních vah. Rozšířený byl i rozdílový výparoměr Rónův s výparnou nádobou o půdorysné ploše 2000 cm². Dnes se využívá standardně výparoměr Šermerův o půdorysné výparné ploše 3000 cm² (Obr. 14.2).



Obr. 14.2 Šermerův výparoměr



Výparnost je hodnota výparu naměřená přímo na určitém typu výparoměru. Ty jsou však zatíženy příslušnými konstrukčními nedostatky. Zejména se jedná o malou plochu vodní hladiny, ze které je výpar měřen. Proto se hodnoty naměřené na výparoměru násobí opravnými redukčními součiniteli, přiřazenými k použitému typu výparoměru. Po této opravě se získá hodnota skutečného výparu. V dnešní době je trend budovat pro měření výparu výparoměry s velkou vodní hladinou - bazénové výparoměry. U těch se od průměru 3,5 m naměřené hodnoty považují za výpar a další oprava se neprovádí. Pro výzkumné účely se někdy budují výparoměry plovoucí přímo na vodní hladině nádrží. Ty mají výparoměrné nádoby připevněny společně se srážkoměrem na dřevěném rámu v úrovni hladiny.

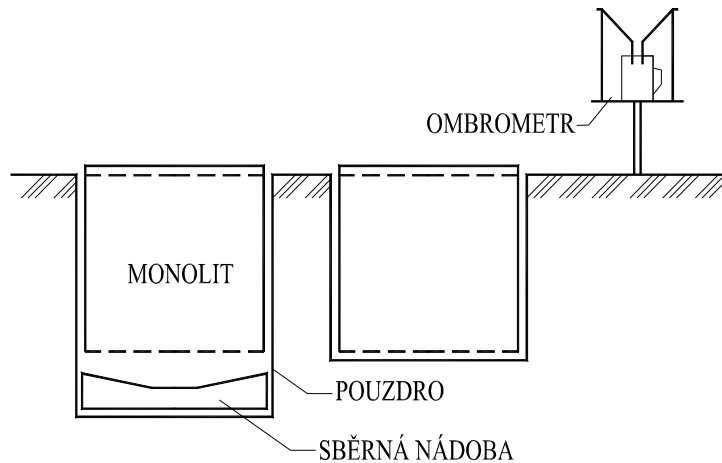


Výpar z půdy závisí jednak na meteorologických podmínkách, jednak na vlastnostech půdy. Souhrnně je možno říci, že výpar je tím menší, čím silnější je povrchová vrstva vysušené půdy a čím pomaleji se vlhkost doplňuje ze spodních vrstev (kapilarita). Drsný a zvlněný povrch přispívá k výparu více než povrch rovný a hladký. Větší výpar mají tmavé půdy. Důležitý je i vliv polohy. Největší je výpar na jihozápadních svazích, menší na východních a nejmenší na severních. Zvětšení sklonu zvětšuje výpar na jižních a východních svazích a snižuje jej na západních a severních. Podstatný vliv na zmenšení výparu má zastínění půdy. Např. zastínění rostlinstvem může zmenšit výpar až na hodnotu 20 %. Přitom však rostlinstvo zase naopak k výparu přispívá přímým vypařováním vláhy z povrchu listů - transpirací.

Transpirace je projevem životního procesu rostlin: kořeny rostlin se nasává podzemní voda, v níž jsou rozpuštěny živiny, a pak se listy částečně vypařuje. Živiny a část vody vytváří rostlinnou tkáň. Množství vody v gramech, kterého je zapotřebí pro vytvoření 1 g sušiny tkáně, je tzv. transpirační součinitel. Pohybuje se v mezích 250 až 700 g, nejčastější hodnota pro zemědělské kultury je 300 až 450 g.

Měření výparu z půdy a transpirace je úlohou velmi složitou, měřicí zařízení je třeba přizpůsobit přírodním poměrům. Všechny způsoby měření, výpočty i příklady platí převážně pouze pro poměry, v nichž byly odvozeny, a zdaleka nevystihují skutečnost. Výpar z půdy se měří pomocí lyzometrů. Je to sada zpravidla tří válcových nádob, naplněných rostlým vzorkem půdy a zapuštěných do země. Manipulace s nimi je vzhledem ke značné hmotnosti obtížná a využívají se proto kladkostroje. Na hodnotu výparu za určité období (zpravidla den) se usuzuje z úbytku hmotnosti nádoby při převážení. Přitom se zohledňuje množství naměřených srážek spadlých za stejné období.

Pro hydrologii je však nejdůležitější odhadnutá hodnota celkového výparu z povodí. Její stanovení umožňuje základní bilanční rovnice popsaná v Kap. 13.7. Pro výpočet úhrnu výparu H_v je třeba znát hodnotu úhrnu srážek H_s a úhrnu odtoku H_o .



Obr. 14.3 Schéma lyzometru Popova

14.3 Srážky

14.3.1 Vznik a druhy

Ochlazováním ovzduší stoupá jeho nasycenost vodními parami. Když teplota klesne pod teplotu rosného bodu, sráží se část obsažené páry kolem kondenzačních jader, což jsou ionizované částice prachu, kouře, pylu nebo i molekuly plynů. Vznikají nepatrné kapičky vody nebo sněhové vločky, které tvoří oblaka a mlhy. Za vhodných podmínek se zvětšují a padají k zemi jako ovzdušné srážky.



Pokles teploty, který vede ke srážkám, může nastat třeba vyzařováním tepla do ovzduší za jasných nocí nebo stykem vzduchu s chladnými předměty. Tak vzniká rosa, jinovatka nebo přízemní mlhy. Na pobřeží moří je příčinou ochlazení míšení s chladnými proudy vzduchu. Nejčastěji však vzniká ochlazování rozpínáním vzduchu při výstupu do výšky. Takový výstup nastává ohřátím vzduchu za slunečných dnů nebo při usměrnění vzdušného proudu překážkami na zemském povrchu, hlavně horskými hřebeny. Srážky pak spadnou především na návětrné straně hor, v závětrří vzniká suchá oblast (dešťový stín). Příkladem může být Rakovnicko a Krušné hory.

Někdy se zvlášť uvádějí jako „srážky horizontální“ ty, které vznikají přímo na zemském povrchu a které se nezachytí obvyklými srážkoměrnými přístroji; jsou to rosa, jinovatka, námraza a náledí. Jejich vydatnost je poměrně malá – u rosy činí asi 2 až 3 % ročních srážek. Jinak se srážky dělí na kapalné (déšť, mlha) a tuhé (sníh, kroupy, ledovátka či zmrzlý déšť). Množství srážek vyjadřujeme pomocí úhrnu H_s [mm] jako vrstvu, která by vznikla, kdyby déšť spadl na vodorovnou nepropustnou rovinu, a kdyby nepodléhal výparu - Kap.13.7.

14.3.2 Extrémní deště

Deště charakterizujeme *dobou trvání* τ v minutách nebo hodinách a *intenzitou* i , což je množství vody, které spadne za jednotku času. Intenzitu vyjadřujeme v mm/min, v mm/h anebo jako specifickou vydatnost v l/s/ha či $m^3/s/km^2$. Podle trvání a intenzity dělíme deště na regionální a přívalové.





Regionální deště jsou dlouhodobé deště s velkou rozlohou. Obvykle mívají menší intenzitu. V nižších polohách nepřesahuje 80 mm za den. V horských krajích však může podstatně stoupnout: 30.7.1897 spadlo v Nové Louce v Jizerských horách 345 mm za den. Tyto deště způsobují povodně v rámci velkých povodí.



Přívalové deště neboli lijáky jsou velmi vydatné krátkodobé deště, které zasahují poměrně malé plochy. Způsobují proto prudké rozvodnění malých toků a projevuje se při nich nejsilněji splavování ornice (vodní eroze). Pozorování dešťů prokázala některé závislosti. Především, že intenzita bývá největší brzy po začátku deště a pak při jeho dalším trvání klesá. Čím větší je intenzita lijáku, tím menší je jím zasažená plocha, takže podle rozlohy lijáku můžeme odhadnout i největší intenzitu deště, který určitou plochu může cele zasáhnout. Nejdůležitější je poznatek, že všeobecně intenzita lijáku klesá s jeho trváním. Tuto závislost vyjádřil Reinhold výrazem:

$$i = \frac{A}{(t + B)^C}, \quad (14.4)$$

kde i je intenzita [mm/min], t - doba trvání deště [min], A , B a C – jsou regresní koeficienty, které je možno určit pro určité povodí z řady pozorování kalibrací.

Srážky jsou obdobně jako ostatní hydrologické hodnoty jevy náhodné veličiny a závisí na přírodních podmínkách. V jejich výskytu však jsou určité zákonitosti a platí i jistá pravděpodobnost výskytu. K zpracování takovýchto jevů používáme teorie pravděpodobnosti a metody matematické statistiky. Vychází se z *dlouhodobého pozorování*. Pozorované veličiny se zpracovávají do příslušných *pravděpodobnostních čar*, nejčastěji čáry překročení a následně se určuje pravděpodobnost překročení hodnoty určité velikosti.



Přívalové deště zpravidla charakterizujeme *periodicitou* neboli průměrnou roční frekvencí p' . Je to číslo, které udává, kolikrát v průměru je dešť určité intenzity v rámci jednoho roku dosažen nebo překročen:

$$p' = \frac{m}{M}. \quad (14.5)$$

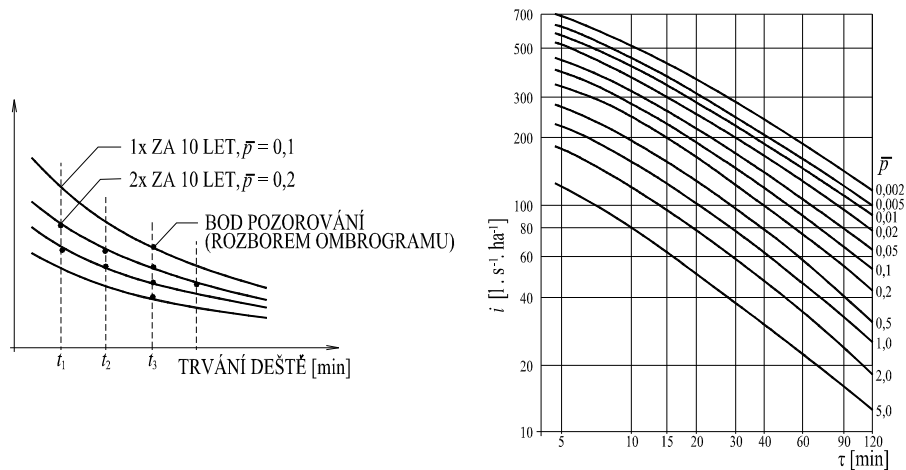


Převrácenou hodnotou periodicity je *průměrná doba opakování* N . Udává průměrný počet let, ve kterých je dešť určité intenzity dosažen nebo překročen.

$$N = \frac{1}{p'} = \frac{M}{m}. \quad (14.6)$$

V uvedených vztazích značí: m - počet výskytů sledovaného jevu za dobu pozorování (v našem případě překročení nebo dosažení), M – počet roků pozorování.

Obecný vztah mezi trváním, intenzitou a periodicitou deště podle Trupla je znázorněn na Obr. 14.4.



Obr. 14.4 Vztah mezi trváním, intenzitou a periodicitou deště

14.3.3 Měření srážek

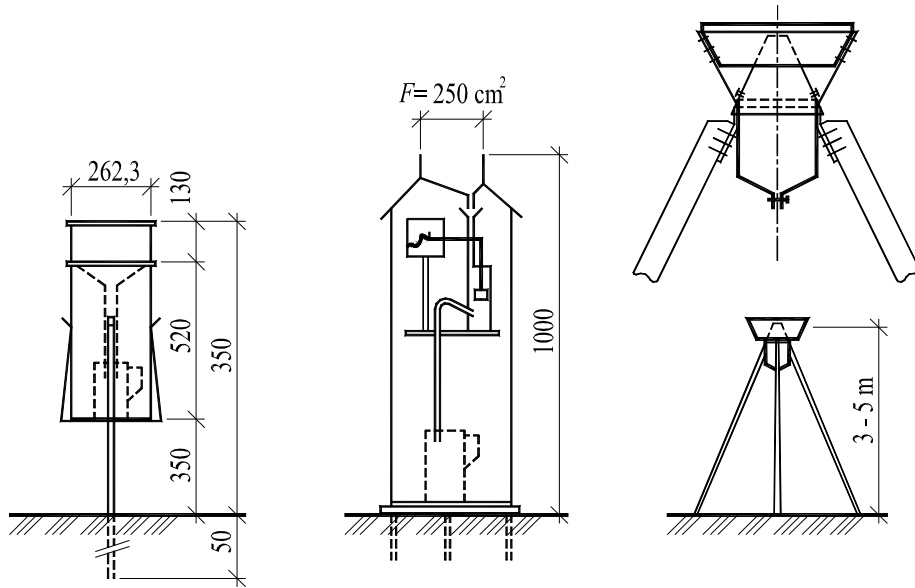
Srážky se měří v soustavě srážkoměrných stanic dešťoměrem neboli ombrometrem. Ombrometr se skládá ze záchytné nálevky, jejíž okraj je 100 cm nad zemí a má plochu 500 cm². Nálevka zasahuje do sběrné nádoby, umístěné uvnitř ochranné nádoby. K vybavení patří ještě skleněná kalibrovaná nádoba, v níž se odměřuje zachycená voda. Měření se provádí pravidelně každý den v 7 hodin ráno nebo i po jednotlivých větších deštích. Dělení odměrky ukazuje přímo úhrn H_s [mm] srážkové výšky s přesností na 0,1 mm.



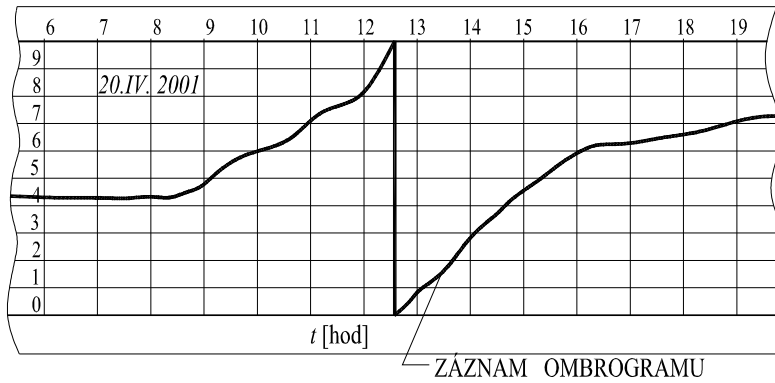
Dokonalejší údaje dostáváme zapisujícím dešťoměrem, ombrografem. Ze záchytné nálevky o ploše obvykle 250 cm² stéká voda do nádoby s plovákem, na kterém je připevněno písátko přiléhající na papír navinutý na bubnu. Ten se otáčí pomocí hodinového strojku. Papír má na vodorovné ose označen čas v hodinách a na svislé výšce spadlého deště v mm. Když je nádobka plná vody, vyprázdní se násoskou do podstavené sběrné nádoby, písátko přitom rychle poklesne a zápis (ombrogram) je přerušeno téměř svislou čarou. Ombrogram je tedy součtovou čarou a umožňuje stanovit nejen průběh jednotlivých dešťů a jejich celkovou výšku, ale i intenzitu podle strmosti záznamu (směrnice tečny).

Na těžko přístupných místech, hlavně v horách, se měří celkový úhrn srážek za delší období pomocí totalizátoru. Jeho výška nad terénem je 3 až 5 m. Zachycené pevné srážky se v něm rozpustí v roztoku chloridu vápenatého (CaCl₂) a chrání se před výparem vrstvou vaselinového oleje. Sběrná válcovitá nádoba musí mít dostatečný obsah, aby bezpečně zachytila srážky za celé měrné období. Nad ní je kuželovitá část se sběrnou plochou a ta je před vlivem turbulentního účinku větru chráněna širokým plechovým kuzelem (Nipherův kužel).

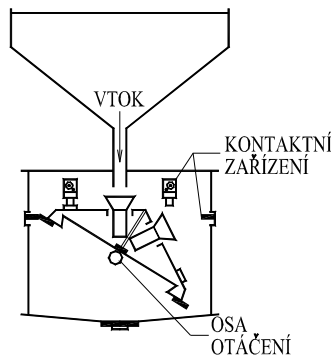
V posledních několika letech se značně rozšířilo užití impulsních srážkoměrů (Obr. 14.7). Ty překlopením člunkového zařízení registrují určitý úhrn spadlého deště a čas jeho dosažení. Jejich hlavní předností je možnost uložení těchto údajů v registračních přístrojích řízených mikroprocesory (NOEL). Z nich se pak snímají pomocí přenosných mikropočítačů. Registrační přístroje jsou však zpravidla vybaveny přenosovými jednotkami umožňujícími dálkový přenos bezprostředně naměřených dat na pracoviště, která je potřebují pro potřeby vydávání operativních předpovědí odtoku vody z povodí, resp. pro operativní řízení odtoku vody z povodí.



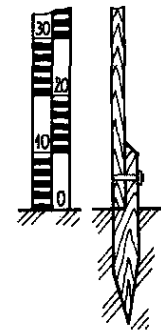
Obr. 14.5 Ombrometr, ombrograf a totalizátor



Obr. 14.6 Ombrogram



Obr. 14.7 Impulsní srážkoměr



Obr. 14.8 Sněhoměrná lať



Sněhové srážky se zachycují přímo do ochranné nádoby dešťoměru a po rozpuštění se změní množství vody v odměrce. V zimním období se měří výška sněhové pokrývky sněhoměrnou lať - Obr. 14.8. Je to v zemi upevněná dřevěná lať s dobře viditelným centimetrovým dělením. Dále se určuje vodní hodnotu sněhu. Je to poměr objemu vody po rozpuštění sněhu k původnímu celkovému objemu sněhu. Umožní stanovit zásobu vody ve sněhové pokrývce - můžeme ji přepočítat na rovnocennou vrstvu vody. Pro čerstvě napadlý sníh bývá vodní hodnota 0,1, pro ulehlý sníh 0,15 až 0,20, pro sníh ke konci zimy 0,35 až 0,40 a pro zrnitý horský firn 0,5.

14.4 Plošné a časové rozdělení srážek. Extrémní hodnoty

Z každodenních dešťoměrných pozorování se sčítáním získají úhrny srážek za jednotlivé měsíce a roky (hydrologické). Udávají se také počty dní se srážkami. Při dlouhodobých pozorováních se zpracovávají naměřené hodnoty tak, aby získané hodnoty charakterizovaly buď jednotlivou srážkoměrnou stanicí nebo celé území. Největší význam mají dlouhodobá pozorování, přičemž nejméně 25 leté pozorování dává přijatelné hodnoty. Pro jednotlivou stanicí pak určujeme průměrné srážky roční nebo měsíční jako aritmetický průměr za n let. Vždy je třeba vyznačit období pozorování. Údaje se uvádějí buď v tabulkách nebo v grafech.



Srážkové poměry území jsou charakterizovány vykreslením izohyet, tj. čar spojujících místa se stejnými srážkovými úhrny. Rozbor se provádí (pro jednotlivé deště nebo častěji pro charakteristiku širšího území) znázorněním průměrných ročních srážkových úhrnů celých nebo částečných povodí toků, pro státní území apod.

Nejnižší pozorované hodnoty jsou v Čechách v povodí Ohře v okolí Kadaně a Žatce, na Moravě při soutoku Svatky a Dyje (460 až 480 mm). Nejvlhčí jsou horské oblasti: Jizerské hory, Krkonoše, Jeseníky a Beskydy (kolem 1500 mm). Obecně platí, že srážkový úhrn za určité období roste s nadmořskou výškou.

Dlouhodobý průměrný roční srážkový úhrn v ČR je 728 mm, což přibližně odpovídá $57,41 \cdot 10^9 \text{ m}^3$ spadlé vody za rok. Největší úhrn srážek na světě byl naměřen na jižním svahu Himálaje, kde roční průměr je 12 700 mm a největší naměřená hodnota 16 300 mm za rok. Nejmenší množství vody spadne na pouštích (na Sahaře 5 mm, v Chile dokonce jen 1 mm za rok).

Roční srážkové úhrny se často od sebe značně liší ($\pm 40\%$). U nás je rozdělení srážek v průběhu roku rovněž nepravidelné. Převládají srážky v letních měsících (40%), následují srážky na jaře (25%), pak na podzim (20%) a v zimě (15%). Podíl pevných srážek se zvětšuje nejen se vzrůstající zeměpisnou šířkou, ale i s nadmořskou výškou. Na Sněžce padá průměrně 96 dní v roce sníh a celé sněžné období bývá až 280 dní. V nížinách je toto období 120 až 140 dnů.

Kontrolní otázky

- Co je metrologie a klimatologie?
- Co je to rosný bod?
- Jak se měří výpar z vodní hladiny a z půdy?
- Jak se měří srážky?

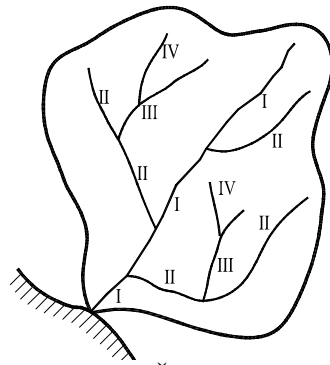


15 Říční síť

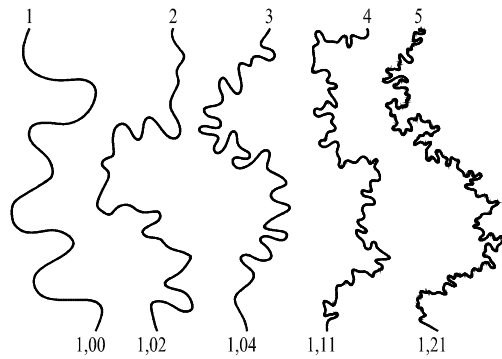
Vodní toky

Souhrn všech toků v určitém celkovém povodí tvoří říční síť. Tok, který se vlévá do moře je tokem 1. řádu. Příkladem může být Labe v Čechách. Do něj se vlévají toky 2. řádu, jejich přítoky jsou pak toky 3. řádu atd. Velký hlavní tok, který ústí do moře, je veletok. Obvyklé střední a větší toky nazýváme řekami. Horské potoky, které mají velký sklon, prudce se rozvodňují a silně vymílají koryto, nazýváme bystřinami.





Obr. 15.1 Řády toků



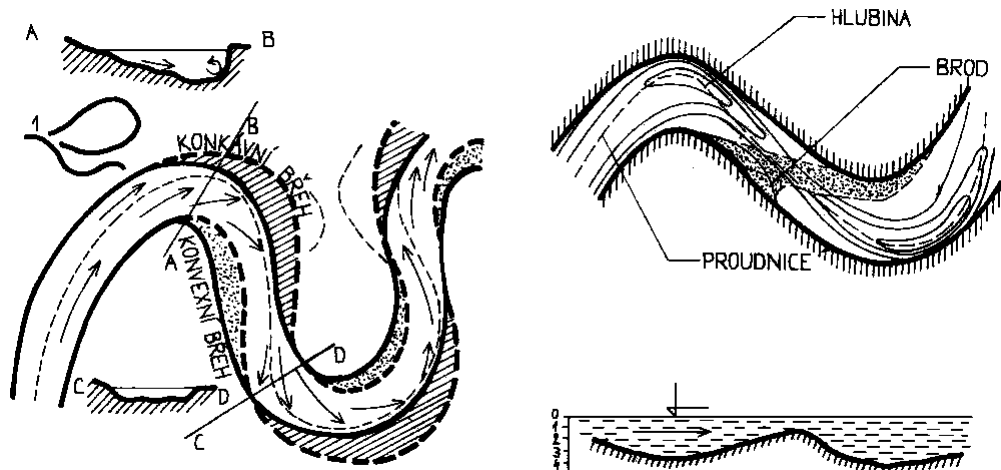
Obr. 15.2 Křivolakost toků



Začátek řeky tvoří pramen, ve velehorách často pramen ledovcový, někdy však řeka vytéká z jezera nebo z močálu. Horní tok řeky má velký sklon, řeka zde koryto vymílá, pak se však sklon zmírňuje a v dolní části se pevný materiál unášený vodou ukládá. Mezitím je úsek rovnováhy, kde nastává jen přenos materiálu bez další erozivní činnosti. Geologické složení ovlivňuje sklon i tvar údolí, na němž se mimo působení vody po výšce projevuje i boční eroze. Tato činnost vody nastává hlavně za velkých vod, a to nejen ve vlastním korytě, ale i v inundačním (zaplavovaném) území. Trasa říčního koryta nebývá přímočará, vine se v obloucích, které bývají protisměrné. Tato vlastnost toků se nazývá křivolakostí a označuje se koeficientem křivolakosti. Různé toky mají zpravidla rozdílnou vlnitost. Ta se při určování délky toků z mapových podkladů zohledňuje přenásobením délek příslušnými koeficienty (Obr. 15.2).

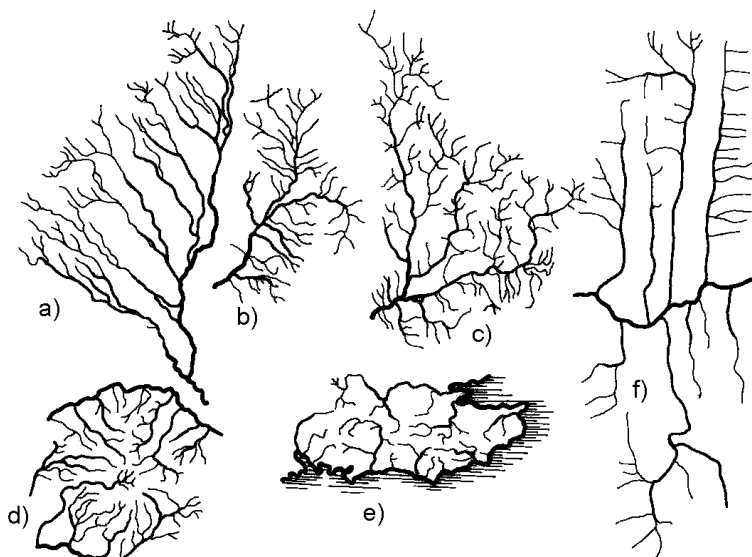


Pohybujeme-li se po toku směrem dolů, přechází proudnice, tj. čára spojující místa největších hloubek, od jednoho břehu k druhému. Vlivem příčné cirkulace vody se u vnějšího (vypouklého - konkávního) břehu se koryto vymílá a u vnitřního (vydutého - konvexního) se vytváří nános. Přechod mezi oblouky tvoří brod. Zde je zpravidla koryto toku nejširší a voda tu proudí při malé hloubce (Obr. 15.3).



Obr. 15.3 Konkávní a konvexní břeh

Celkové uspořádání říční sítě závisí na geologickém složení území. Příklady typických povodí jsou uvedeny na Obr. 15.4.



Obr. 15.4 Typy říční sítě: a) asymetricky uspořádané, b) stromovité, c) vějířovité, d) radiální, e) anulární, f) pravouhlé

Vějířovité povodí je pro odtok velkých vod v dolní části nebezpečnější než povodí protáhlé. Zde se často ve stejném čase střetávají povodňové průtoky ze všech přítoků.



15.1 Vodní stavy a jejich pozorování

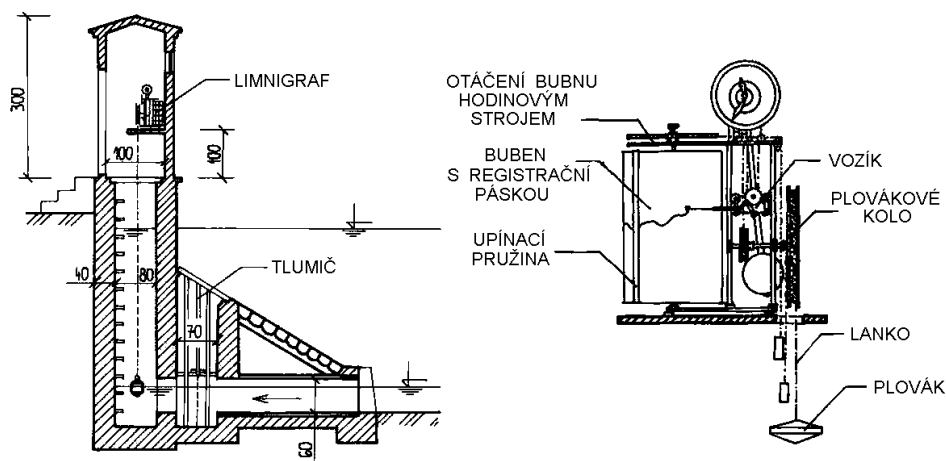
V důsledku srážkoodtokového procesu v povodí se průtoky v říční síti neustále mění. To se nejzřetelněji projevuje klesáním hladin. Vztah mezi polohou hladiny vody v toku v určitém profilu (vodní stav) a odpovídajícím průtokem je při rovnoměrném ustáleném proudění jednoznačný a je dán měrnou křivkou (konsumpční křivka). Aby bylo možno určit průběh průtoku vody v určitém profilu, zřizují se na tocích měrné profily (vodočetné stanice), v nich se nepřetržitě měří vodní stavy a z nich se pak odvodí odpovídající průtoky. Měření vodních stavů má proto v hydrologii základní význam.



Vodočetné stanice mají výstižně charakterizovat určitý úsek toku a musí mít stabilní a pravidelné koryto; proudění zde nemá ovlivňovat žádná překážka nebo hladina druhého toku, průtok má být soustředěn v jednom korytě. Na hlavních tocích se stanice umísťují nad většími přítoky i pod nimi. Často také se měří hladiny u vodních děl: přepadů, plavebních komor.

Nejjednodušším zařízením pro měření vodních stavů jsou laťové vodočty. Jsou to dřevěná nebo plechová (smaltovaná) měřítka se zřetelným dělením výšky po 2 cm. Bývají svislé (na nábrežních zdech, pilířích nebo pilotách) nebo šikmé (na svazích břehů). Na vodních stavbách se někdy dělení vyhloubí přímo do betonu. Nulu vodočtu dáváme pod nejnižší známou hladinu, takže na rozdíl proti starším vodočtům, které měly nulu v jakési „střední hladině“, jsou všechny vodní stavy kladné. Pro každý vodočet je třeba znát staničení místa vodočtu, plochu povodí k profilu vodočtu a výšku nuly vodočtu vztaženou k třem pevným výškovým bodům.

Na důležitých vodočetných stanicích se zřizují limnigrafy, zapisující spojitě vodní stav na speciálním grafikonu, limnigramu. Nejčastější formou provedení je plovákový limnigraf.



Obr. 15.5 Limnigrafická stanice



Ve svislé šachtě, která je vodorovným potrubím spojena a řečištěm, se při kolísání hladiny pohybuje plovák. Jeho svislý pohyb se ve vhodném zmenšení přenáší na bubnu s děleným papírem, otáčený hodinovým strojem. Záznamový papír se vyměňuje každý týden. V dočasných zařízeních stačí místo nákladné stavby jen prostá trouba, na kterou se osadí malý, plechem zakrytý limnigraf. Záznamy v limnigrafu se musí pravidelně srovnávat s laťovým vodočtem, který se u limnigrafu vždy umísťuje. Pozorování na laťových vodočetných stanicích se provádí pravidelně třikrát denně, za povodně podle potřeby i po hodinách. V současnosti se limnigrafické stanice vybavují tlakovými sondami, které pomocí piezokrystalu určují tlak vody. Ten se pak v napojených registračních přístrojích (např. NOEL) po zvolených časových krocích zaznamenává a přepočítává na výšku vodního sloupce. Probíhá vzorkování. Vzniklý záznam vodního stavu je tedy vzorkovaný a je možno jej z registračního přístroje za určité období sejmout pomocí přenosného mikropočítače, nebo pomocí přenosných jednotek dálkově odečítat.

Poněvadž včasná znalost vodních stavů a průtoků je důležitá pro plavbu, využití vodní energie i pro stavby na řekách, podávají se informace o nich denně rozhlasem. Oznamují se přitom i jiné důležité jevy na řekách, třeba tvoření a odchod ledů. Zvláště významná je varovná služba za velkých vod jako součást ochranné povodňové služby, na jejíž správné organizaci závisí bezpečnost pobřežních obyvatel, a která může zabránit velkým škodám.

Stále většího významu nabývá i služba předpovědní, která z pozorování předpovídá vývoj vodních stavů i průtoků. Hydrologické předpovědi jsou operativní, krátkodobé, střednědobé a dlouhodobé. V posledních letech nabývají na významu zejména předpovědi operativní a krátkodobé, které předpovídají povodňové průtoky na hodiny až dny dopředu a slouží zejména pro potřeby varovné služby a pro operativní řízení odtoku vody z povodí. Střednědobé a dlouhodobé předpovědi odhadují vývoj průtoků v následujících měsících, ročních obdobích nebo letech. Např. vodnosti v jarních měsících se předpovídají z podzimních a hlavně zimních srážek, ze sněhové pokrývky.

15.2 Měření průtoků

Pouze v malých potocích nebo pramenech je možno určit *průtok přímým měřením* nádobou. V tomto případě odečítáme dobu t , za kterou se naplní nádoba známého objemu V :

$$Q = \frac{V}{t}. \quad (15.1)$$

Proud se buď zachytí korýtkem, nebo se přepaží stěnou s otvorem a tím pak soustředěně odtéká do nádoby.

Ostatní *nepřímé způsoby určení průtoku* buď vycházejí z měření polohy hladin u přepadů, z poznatků hydrauliky o stanovení střední rychlosti, z měření rychlostí, nebo vycházejí ze zředění přidávaných látek.

Pro *měření přepadem* se používá často ostrohranný obdélníkový přelivu Bazina nebo trojúhelníkový Thomsona. Výpočet Q na základě změřené přepadové výšky h se provede podle příslušných vzorců.

Pokud v pravidelných úsecích koryt toků považujeme proudění vody za ustálené rovnoměrné, dá se odhadnout Q podle vztahů platných pro tento způsob proudění, např. *Chézyho rovnici*. Je třeba proměřit (sondovací tyčí nebo nivelací) příčný průřez A [m²]. Nivelací polohy hladiny ve 2 průřezech je pak nutno určit rozdíl hladin ΔH [m]. Sklon hladiny $i = \Delta H/L$, kde L je vzdálenost těchto průřezů. Obvykle je obtížné správně zvolit součinitel drsnosti n .

Obvykle se Q určuje na základě *měření rychlostí*. Vzhledem ke složitosti proudění vody bude nejméně přesné měření rychlosti *plovákem*. To slouží jen k přibližným odhadům rychlosti, ale je velmi jednoduché a lze jej využít při neplánovaných měřeních. Změří se největší povrchová rychlost v_p v proudnici. Směrem potoku se vytyčí tři profily. V průřezu 1 se hodí do vody plovák a stopkami se zjistí doba t potřebná k proplutí dráhy L mezi průřezy 2 a 3. Vzdálenost L má být minimálně rovna šířce koryta, dráha rozběhu je větší, aby se plovák ustálil v proudnici. Měření platí pro průřez 2, jehož tvar a velikost A musíme proměřit. Odhad střední profilové (průřezové) rychlosti v dostaneme vynásobením v_p součinitelem k :

$$v \approx v_p k, \quad (15.2)$$

kde pro běžné vodní toky $k = 0,9$ pro $h \geq 1,0$ m a $k = 0,66$ pro $h < 1,0$ m.

Nejpoužívanější přístroj určený pro měření bodových rychlostí u je *hydrometrická vrtule* (Obr. 15.6). Skládá se z vrtule v podobě šroubové plochy, která je připevněna k otáčecí ose s kuličkovým ložiskem. Obsahuje nekonečný šroub, který zabírá do ozubeného kolečka. Protože jeden kontakt přístroje je spojen s kostrou, kdežto druhý je odizolován, uzavře se po určitém počtu otáček vrtule kolíčkem elektrický okruh baterie, a to je zaznamenáno na počítadle. Nové typy vrtulí, napojené na mikropočítač, udávají na displeji přímo bodovou rychlost proudící vody. Rychlost otáčení vrtule je úměrná rychlosti proudící vody v místě vrtule a pro bodovou rychlost u platí vztah:

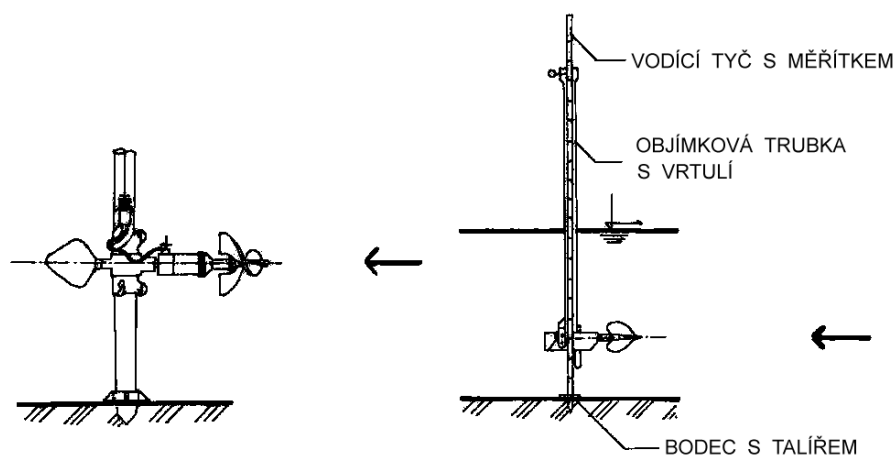
$$u = \alpha + \beta N, \quad N = \frac{a}{T}, \quad (15.3)$$





kde α a β jsou konstanty, N je počet otáček za sekundu, a naměřený počet otáček za dobu měření T . Konstanty α a β se určují ocejchováním v kalibračních žlabech.

Hydrometrickou vrtulí se měří bodové rychlosti v různých místech příčného průřezu koryta. Při menších hloubkách vody je vrtule připevněna pomocí posuvné objímky k vodící tyči s měřítkem. Tyč má dole připevněnu zarážku, která zamezuje zaboření. Hydrometrická vrtule může mít kapesní provedení pro měření malých rychlostí při malých hloubkách. Může však mít i masivnější provedení určené pro měření při větších hloubkách až do 5 m a rychlostech až do 3,0 m/s. Při ještě větších hloubkách se používá těžké torpédové vrtule na lanovém závěsu. Poněvadž vrtule musí být postavena kolmo k měrnému průřezu, má taková vrtule kormidlo, které ji také vyvažuje. Po určité době provozu se musí vrtule přetárovat, konstanty rovnice se mohou vlivem opotřebení změnit. Hydrometrická vrtule se nehodí pro měření ve velmi mělkých nebo balvanitých korytech a v zarostlých korytech (zde se využívá měření pomocí indukční sondy).



Obr. 15.6 Hydrometrické vrtule



Měřením v měrném profilu se určuje pole bodových rychlostí. Měření se provádí v několika svislicích obvykle pravidelně rozmístěných po šířce profilu. V každé svislici se měří bodová rychlost u povrchu, u dna a v několika bodech mezilehlých - doporučuje se rozvrhnout 3 až 5 bodů. Při měření se odečítá i vodní stav, není-li u měrného průřezu vodočet stálý, zřídí se jednoduchý vodočet prozatímní. Když vodní stav během měření kolísá, je třeba stanovit střední hladinu, ke které se pak hodnoty vztahují. Při větší změně stavu než o 5 cm v průběhu měření se doporučuje výsledky měření anulovat. Současně s měřením rychlostí se zaznamenává i hloubka dna pod vodní hladinou. Výsledky měření se zaznamenávají do speciálně upraveného hydrometrického zápisníku.



Průtok Q je možno stanovit jako objem průtokového tělesa, které bychom získali, kdyby se vynesla v každém bodě průtočného profilu bodová rychlost u ve směru proudění. To by znamenalo, pokud bychom zavedli v profilu pravoúhlý souřadnicový systém xy (x značí směr vodorovný a y směr svislý), znát průběh rychlosti $u(x,y)$ v celém průtočném profilu. Pokud bychom označili nekonečně malý element průtočné plochy $dx dy$, celkový průtok profilem by pak byl dán následujícím integrálem:



$$Q = \int_A u(x, y) dx dy = \int dQ. \quad (15.4)$$

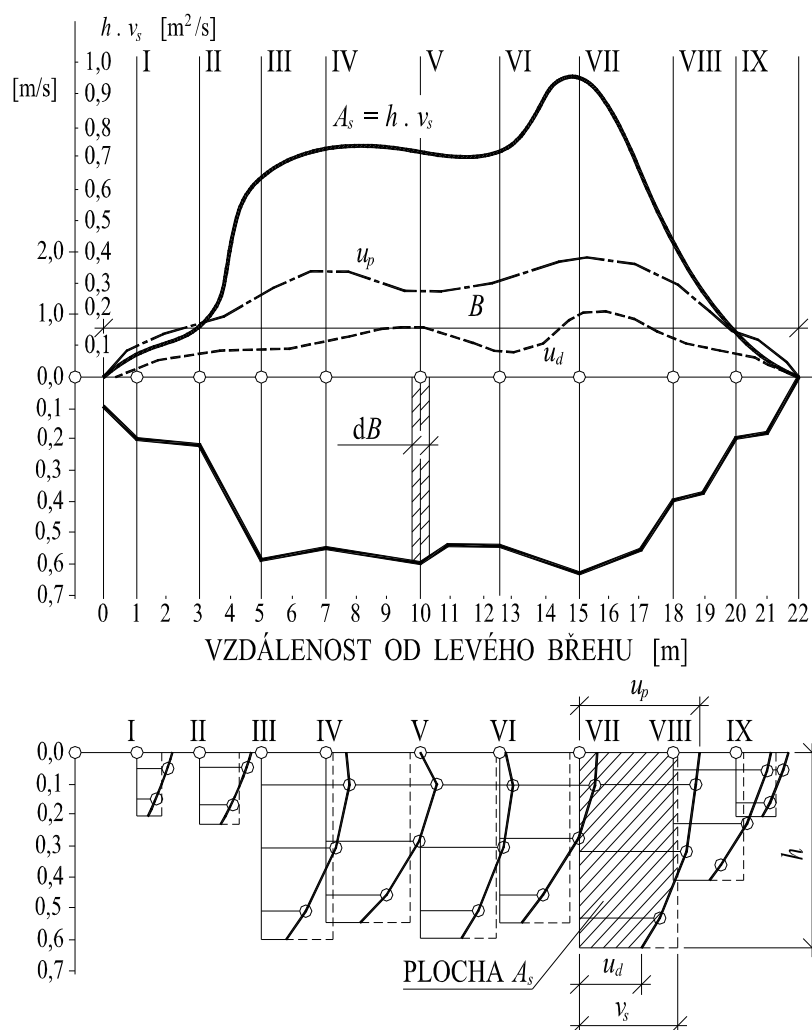
V praxi však jsou (po provedeném hydrometrickém měření) k dispozici pouze naměřené bodové rychlosti ve svislicích. Převedou-li se rychlostní svislice (grafikony znázorňující proměnu rychlostí ve svislicích) na rovnoploché obdélníky, obdélníky o výšce h , udává šířka těchto obdélníků střední rychlost ve svislici v_s (Obr. 15.7).

Vyneseme-li kolmo nahoru nad hladinu vody v každé svislici součin $A_s = v_s h$ a aproximujeme-li tento průběh dostatečně hladkou křivkou (v nejjednodušším případě graficky od oka pomocí křivítka), je možno podle *Harlachera* získat celkový průtok průtočným profilem jako integrál:

$$Q = \int_0^B h v_s dB = \int_0^B A_s dB, \quad (15.5)$$

kde h je hloubka a B je celková šířka profilu.

Pokud bychom stanovovali průtok počteně-graficky, získali bychom tento průtok zplanimetrováním plochy omezené shora křivkou A_s a zdola hladinou vody. Střední profilovou (průřezovou) rychlost bychom pak získali dělením průtoku Q průtočnou plochou A : $v = Q/A$.



Obr. 15.7 Stanovení průtoku při měření hydrometrickou vrtulí



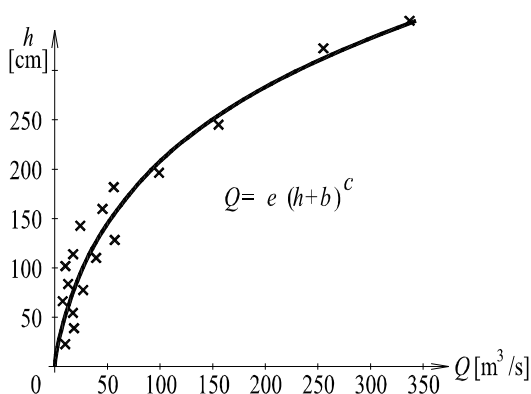
Střední svislicové rychlosti v_s se často odhadují pomocí tzv. *bodových vzorců*, resp. se průběhy bodových rychlostí *aproximují funkcí* a numericky integrují, a získané plochy pak podělí hloubkou ve svislici. Integrály (15.4), resp. (15.5) se v praxi vyčíslují pomocí různých metod, převážně za použití výpočetní techniky. Např. v integrálním vztahu (15.5) se nekonečně malé diferenciály šířky dB nahrazují konečně velkými diferencemi ΔB a integrální vztah se nahrazuje tvarem součtovým. Celkový průtok je pak dán součtem diferencí průtoku na všech získaných elementech, přičemž na každém elementu šířky je hloubka a střední svislicová rychlost považována za konstantní. Takto se dá průtok stanovit přímo v hydrometrickém zápisníku. Trend v posledních letech v naší republice však směřuje k aproximaci průběhu bodových rychlostí nad plochou průtočného profilu funkcí (např. kubické spliny) a *určení průtoku numerickou integrací*.

V balvanitých korytech horských toků se dá těžko zjistit tvar příčného průřezu, a proto se nedá dobře použít dřívějších způsobů měření. Pak provádíme měření dávkováním roztoků solí a barviv do toku. Podmínkou však musí být, že se přidávané roztoky s vodou v toku dobře a rovnoměrně promísí. Někdy je postačující použití roztoku kuchyňské soli. Ze změny koncentrace chemikálie těsně nad profilem, do kterého dávkujeme chemikálii a dostatečně oddáleným profilem, aby došlo k promísení, je pak možno odhadnout jednoduchým výpočtem hledaný průtok.

15.3 Měrná křivka průtoku



Ve vodočetných stanicích na tocích se pravidelně odčítají vodní stavy h a měření stanovují odpovídající průtoky Q . Pokud odpovídající body (Q, h) vyneseme do pravouhlého souřadnicového systému Qh a tyto body proložíme regresní křivkou, získáme měrnou neboli konsumpční křivku. Ta udává závislost mezi vodními stavy a průtoky $Q = f(h)$. Umožňuje převést spojitý průběh naměřených vodních stavů $h(t)$ za určité údobí na spojitý průběh odpovídajících průtoků $Q(t)$.



Obr. 15.8 Měrná křivka

V praxi se na přirozených vodních korytech pro proložení obvykle používají regresní funkce v mocninném tvaru:

$$Q = a(h + b)^c, \quad (15.6)$$

resp. polynomy druhého stupně:

$$Q = a + b h + c h^2. \quad (15.7)$$

V obou vztazích jsou a , b a c regresní koeficienty a získávají se kalibrací. V případě složitých průtočných profilů, resp. inundací se měrná křivka vynáší jako lomená. Pro každou část křivky pak platí jiná rovnice.



S určitou opatrností je možno průběh měrné křivky prodloužit (extrapolovat) i za rozsah provedených měření průtoků. I když se snažíme vybrat vodoměrné profily tak, aby byly stálé, přesto se průtokové poměry v korytě mění (usazování, vymílání, zarůstání). Vykreslená měrná křivka platí tedy jen dočasně a její tvar se musí neustále dopřesňovat novým měřením průtoků. Musíme si být vědomi i toho, že za povodní není průběh měrné křivky jednoznačný, protože ta platí pro ustálené rovnoměrné proudění. Při průchodu povodňové vlny příčným průřezem se při stoupání hladiny zvětšuje sklon, takže nejdříve nastává největší sklon hladiny, pak největší rychlost, potom největší průtok a nakonec nejvyšší vodní stav. Při klesání hladiny je za stejného vodního stavu sklon menší než při stoupání. Měrná křivka pak vytváří smyčku - zdvojuje se (*hysterze*). Chyba ve stanoveném průtoku za povodní bývá odhadována v intervalu $\pm 10\%$.

Průběh měrné křivky je při absenci měření možno *odhadnout* i pomocí vztahů pro ustálené rovnoměrné proudění - např. pomocí *Chézyho rovnice*. Opakovaně pro postupně se zvětšující průtočnou hloubku vypočteme průtok a příslušné body (Q, h) vyneseme do grafu. Takto stanovená křivka je hladká a je postačující ji proložit čarou (parabola). Největším problémem však u přirozených koryt představuje odhad drsnosti koryta v uvažovaném profilu. Zde se často uchylujeme k tabulkovým hodnotám, které však mohou být zavádějící. Vždy je dobré takto teoreticky stanovené průběhy měrných křivek v důležitých případech alespoň orientačně ověřit pomocí několika naměřených bodů (Q, h) , získaných hydrometrováním.

Kontrolní otázky

- Co je konkávní a konvexní břeh?
- Jak se měří průtoky (přímá a nepřímá měření)?



16 Režim vodních toků

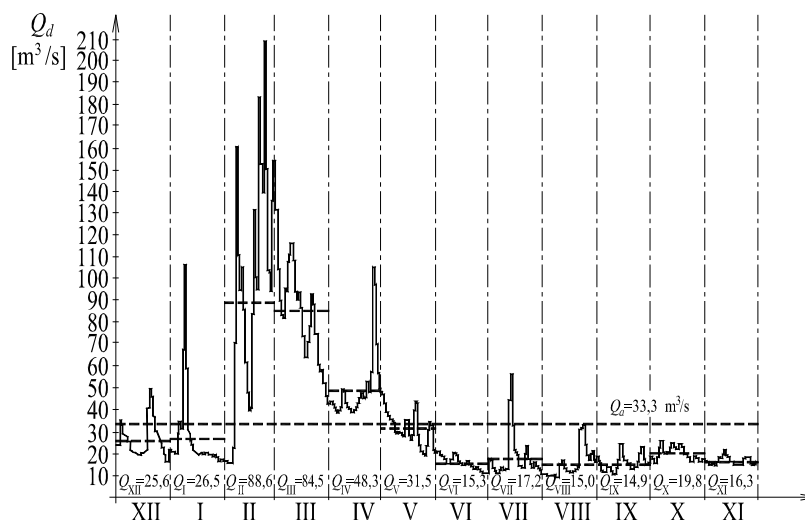
Z matematického hlediska považujeme hydrologické veličiny za náhodné procesy. Jejich budoucí velikosti není možno přesně předpovědět, maximálně je možno odhadnout pravděpodobnost jejich budoucího výskytu. To se týká zejména průtoků vody v toku. Pro podrobný popis průtoků je proto třeba použít teorii náhodných procesů a její standardní nástroje a postupy, které však přesahují rámec tohoto kurzu.



Dlouhodobé pozorování vodních stavů a průtoků ve vodočetných stanicích poskytuje obraz o vodnosti i o časovém rozdělení průtoků ve sledovaném profilu. Jeho typický průběh, variační rozpětí, sled suchých a vlhkých roků, pozorované extrémní hodnoty průtoků, charakteristická období výskytu povodní nebo naopak nízkých průtoků v různých ročních obdobích nebo i v jednotlivých měsících, to vše nazýváme obecně *režimem vodních toků*. Vodní režim toku je odrazem konkrétní specifické kombinace klimatických a geografických činitelů existujících v daném povodí.



Výsledkem pozorování ve vodočetné stanici je spojitý průběh vodního stavu, resp. průtoku. Ten se pro potřeby dalšího zpracování a archivace přepočítává na průměrné hodinové stavy, resp. průtoky Q_h . Jejich aritmetickým průměrem za každý den je pak průměrný denní průtok Q_d . Vypočtením průměru ze všech Q_d za příslušný měsíc získáme průměrný měsíční průtok Q_m . Vypočtením průměru ze všech Q_m za příslušný rok získáme průměrný roční průtok Q_r . Vypočtením průměru ze všech Q_r za velmi dlouhé období měření, které máme k dispozici (přesahující desetiletí) získáme dlouhodobý průměrný průtok Q_a (někdy také dlouhodobý průměrný roční průtok). Příslušné průměrné průtoky seřazené chronologicky za sebe vytvářejí hydrologické řady. Přitom takovéto průtočné řady je pak třeba považovat za jediné realizace náhodného procesu (z nekonečně mnoha možných, které mohly nastat), jež máme k dispozici, a které byly odvozeny z měření. Ty jsou pak nositelkami všech dostupných informací pro další zpracování naměřených dat. Ukázka grafického znázornění takové řady (čáry) průměrných denních průtoků Q_d je na Obr. 16.1.



Obr. 16.1 Čára průměrných denních průtoků (Berounka-Křivoklát, 1937)



Dlouhodobý průměrný průtok Q_a se někdy nazývá hydrologický potenciál povodí, k jehož uzávěrovému profilu přísluší. Poskytuje základní informaci o průtoku, na který je možno veškeré odtoklé množství vody z povodí vyrovnat - např. nádrží. To je velmi důležité pro plánování, resp. povolování odběrů vody z toku a pro další nakládání s vodami v daném povodí a v povodí pod uvažovaným profilem.

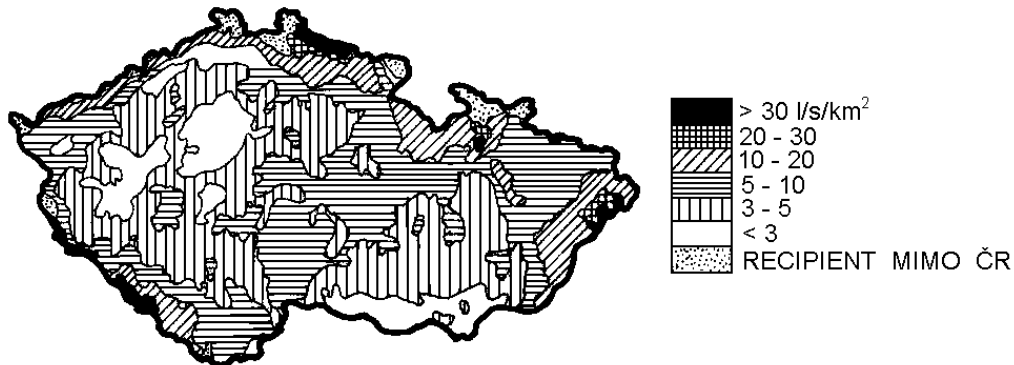
Pro posouzení vodnosti jednotlivých toků se často určuje dlouhodobý průměrný specifický odtok q_a [$\text{m}^3/\text{s}/\text{km}^2$]. Ten se dá převést i na odtokovou výšku $H_{o,a}$ [mm] a tím i srovnávat se srážkovou výškou $H_{s,a}$. Index vpravo dole a značí, že se jedná o dlouhodobé průměrné roční veličiny (annual). Poměr dlouhodobé průměrné roční odtokové výšky $H_{o,a}$ k průměrnému ročnímu úhrnu srážek $H_{s,a}$ se nazývá součinitelem odtoku φ .

$$\varphi = \frac{H_{o,a}}{H_{s,a}}. \quad (16.1)$$

Součinitel odtoku je možno naznačeným způsobem stanovit i samostatně pro jednotlivé hydrologické roky, resp. měsíce. Experimentálně bylo

potvrzeno, že ač dlouhodobý průměrný roční průtok našich řek se se směrem po toku zvětšuje, specifický odtok se zvětšováním příslušného povodí klesá.

Specifické odtoky závisí i na podmínkách klimatických a geografických. Tuto závislost ukazuje Obr. 16.2.

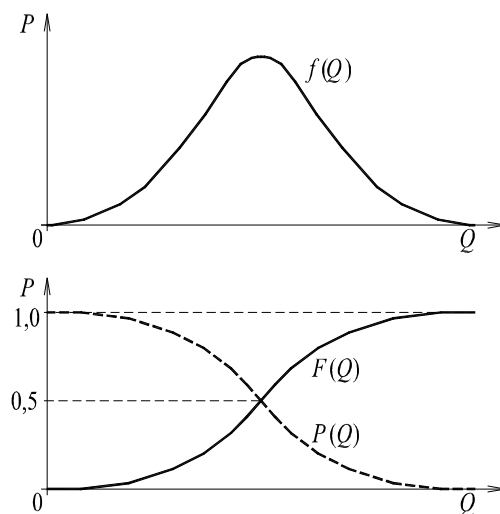


Obr. 16.2 Specifické odtoky q_a v ČR

Dalšími důležitými charakteristikami režimu toků jsou extrémní hodnoty odtoku, jež se projevují v průtocích, specifických odtocích nebo i u vodních stavů. Jsou to nejvyšší nebo nejnižší hodnoty, které se vyskytly v určitém časovém období (musí být vždy uvedeno).

16.1 Čáry četnosti a čáry překročení průtoků

Pro zpracování naměřených průtoků, a zejména pro odečet typických extrémních průtoků (maximálních i minimálních), se používají pravděpodobnostní křivky. Jedná se o hustotu pravděpodobnosti $f(Q)$, distribuční funkci $F(Q)$ a funkci pravděpodobnosti překročení $P(Q)$. Jejich grafické interpretace jsou pravděpodobnostní křivky - distribuční křivka a zejména čára překročení. Typické průběhy těchto čar jsou uvedeny na Obr. 16.3.



Obr. 16.3 Pravděpodobnostní křivky

Hustota pravděpodobnosti udává pravděpodobnost výskytu libovolné realizace na ose x .



Distribuční funkce udává pravděpodobnost s jakou je libovolná realizace na ose x dosažena nebo nedostoupena.



Funkce pravděpodobnosti překročení udává pravděpodobnost s jakou je libovolná realizace na ose x dosažena nebo překročena.

Pro konstrukci těchto křivek se využívají postupy popsané v kurzech teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Křivky se nejdříve vynášejí jako empirické. Grafem je pak množina bodů, které je třeba pro další použití vyhladit, resp. pro potřeby dalšího použití ve výpočtech popsat analyticky (funkcí). Nejjednodušším a nejméně přesným je *vyhlazení "od oka"*. Pro přesnější vyhlazení se využívají typické funkce s několika parametry (statistické charakteristiky jako: střední hodnota, směrodatná odchylka, koeficient variace, koeficient asymetrie, exces apod.). Tento postup se pak nazývá *aproximací empirického rozdělení teoretickým*. Správně proložená teoretická křivka empirický průběh pravděpodobnostní křivky ve střední části vyhlazuje. Velmi důležité je však správné proložení v obou koncových částech těchto křivek, protože se pak stává objektivním nástrojem pro odečet extrémních hodnot průtoků s danou pravděpodobností překročení, resp. nedostoupení. Z teoretických rozdělení se v hydrologii nejčastěji využívá tříparametrické rozdělení Pearson III, logaritmicko-normální rozdělení, Weibullovo rozdělení atd. V matematické statistice nejvíce popsané rozdělení normální se v čisté podobě nepoužívá (hydrologické jevy jsou značně asymetrické). Často se však na něj transformují jiná rozdělení.

Pravděpodobnostní funkce se ne vždy vynášejí v relativních hodnotách (na svislou osu se vynáší pravděpodobnost výskytu sledovaného jevu). Někdy se užívá jejich interpretace v absolutních hodnotách (na osu svislou osu se vynáší počet výskytů sledovaného jevu).

Pravděpodobnostními funkcemi můžeme samozřejmě charakterizovat i jiné hydrologické veličiny: vodní stavy, srážky, teplotu ovzduší, výpar apod.

16.2 Vlivy působící na povrchový odtok



Povrchový odtok (plošný i koncentrovaný) je jednou ze složek srážkoodtokového procesu. Při rozboru vlivů působících na velikost a rozdělení odtoku musíme vyjít z *činitelů klimatických*. Nejdůležitější jsou *srážky, výpar, teplota a vlhkost ovzduší*. Tlak vzduchu a síla větru mají vliv nepřímý - hlavně působí na velikost a rozdělení srážek nebo na výpar.

Přívalové deště - lijáky, se u nás vyskytují převážně v létě. Zasahují menší plochy, mají krátké trvání, ale velkou intenzitu, takže jsou rozhodujícím činitelem odtoku na malých povodích a způsobují rozvodnění malých toků. *Dlouhodobé regionální deště* přicházejí v létě a na podzim a způsobují rozvodnění v celé říční síti velkých toků. Přitom o odtoku ještě rozhodují ztráty výparem, které jsou především v létě značné a ztráty vsakem vody do půdy, které závisí na reliéfu, na propustnosti půdy a na jejím předchozím nasycení vodou.

Důležitý je *vliv zimních srážek*. V zimě odtok klesá, srážky v povodí zůstávají nahromaděny ve formě sněhu, odpadají ztráty vsakem a výpar je malý. Na jaře sněh taje a v závislosti na rychlosti tání vznikají v nížinách (obvykle v březnu) jarní povodně, ve vysokých horských oblastech později. Teplé deště v tomto



období urychlují tání a mohou způsobit nebezpečné povodně. Výrazné je i ovlivnění odtoků z povodí kolísáním teploty v průběhu dne (zmenšení po západu slunce). Jarní povodně jsou spojeny s chodem ledů na řekách a nastává nebezpečí mimořádných povodní vzniklých ledovými zácpami. Jarní sněhové povodně se prodlužují s růstem velikosti povodí. Na velkém povodí je tání nerovnoměrné a kolísá i v závislosti na různé výškové poloze.

Odtok vzniká ze srážek, do koryt však se zpožděním dospěje i voda, která se vsákla do půdy a velmi pomalu se pohybuje jako *voda podzemní* (filtrační pohyb). Tím se v povodí vytváří zásoba vody, která napájí toky během dlouhých období bez srážek a v zimě, kdy jsou srážky pevné a povrchový odtok ustává.

Odtok je co do velikosti i co do časového rozdělení ovlivněn řadou *činitelů geografických*. Jde především o vliv *reliéfu území* - na větším sklonu voda rychleji odtéká a ve skalnatém horském území je menší možnost vsakování. *Půdní a geologické poměry* v povodí ovlivňují především infiltrované množství vody do půdy, a tím rozdělení vody ze srážek na plošný odtok povrchový a plošný odtok podzemní. Nепropustné horniny nebo horniny, z nichž vznikají nepropustné zvětraliny (flyš na východní Moravě) způsobují rychlý povrchový odtok a v území je pak nedostatek podzemní vody. Vodnost toků v takovém povodí prudce kolísá. Podstatně vyrovnanější jsou průtoky na řekách s povodím propustným.

Vsakování dešťové vody samozřejmě závisí i na velikosti a intenzitě srážek. Do suché půdy je vsakování největší, ale až po *navlhnutí povrchu půdy*. Méně intenzivní deště mohou vsáknout do půdy téměř úplně, kdežto při velké intenzitě odtéká podstatná část deště po povrchu. Značný vliv má tedy i *počáteční vlhkost půdy*. Zpočátku nejvyšší infiltrace v čase klesá. Postupně se naplní všechny póry v zemině a rychlost vsaku se ustálí na hodnotě hydraulické vodivosti v nasyceném prostředí. Zmrazení půdy zamezí takřka úplně vsakování i u půd a hornin nejpropustnějších, takže na zmrzlé půdě je odtok vysoký a rychlý.

Způsob zemědělského obdělávání může podstatně ovlivnit zadržování vody na povrchu půdy. Orba po svahu plošný povrchový odtok zrychluje, kdežto orba po vrstevnicích zadržuje spadlou vodu, dochází k postupnému vsakování a povrchový odtok je zpomalován. Zároveň je potlačována eroze půdy a splavování půdních částic.

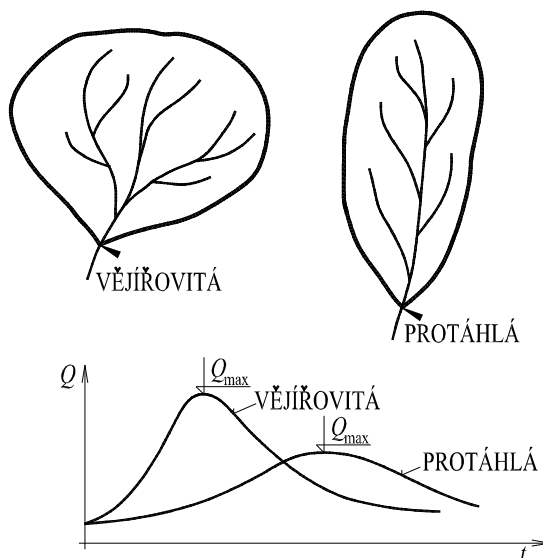
Vzhledem k celkové složitosti působení jsou rozdílné názory na *vliv vegetačního pokryvu* na odtok. Půda zakrytá vegetací je odolnější proti erozi, a proto je takový kryt vodohospodářsky výhodný. Tráva zdrsňuje povrch, zmenšuje proto rychlost odtoku a zvyšuje vsakování. Přijímá prosáklou vodu z půdy pro transpiraci a vrací ji do ovzduší. Nejdůležitějším z vegetačních činitelů je les. Nesporný je vyrovnávací účinek lesního porostu na rozdělení odtoku, zejména na snížení velkých vod. Les poskytuje velmi důležitou ochranu půdy před půdní erozí. Příznivé účinky jsou však podmíněny správnou skladbou a polohou lesa. Nejlépe působí smíšený les, ve kterém je půda chráněna dobrým zápojem porostu a dostatečnou vrstvou humusu. Nejlepší vsakovací účinek má porost dubový a lipový, střední účinek mají modřiny a břízy. Nejméně vody zadržují z dlouhotrvajících srážek smrkové porosty. Lesní hrabanka a humus pohlcují dešťovou vodu i tající sníh a chrání půdu



před promrzáním, takže zlepšují jímací schopnost půdy pro vodu. Nejméně vhodný účinek na odtok má jednotný les smrkový a vůbec jehličnatý, který zatím v našich krajinách převládá.

Lesy mají zaujímat nejvyšší polohu v povodí, to jest zónu tvorby povodňových průtoků. Je to místo největších srážek a největšího sklonu, které potřebuje nejlepší ochranu proti erozi a nejlepší podmínky pro nejúčinnější vsáknutí vody dešťové i zimní vláhy. Právě v lesích se sníh nejrovnoměrněji rozprostírá a nejdéle se zde udržuje. Vzniklý proud podzemní vody zásobuje nižší polohy, rozhojňuje prameny a vyrovnává průtoky na tocích.

Vliv *uspořádání říční sítě* se projevuje výrazně za povodní. Nepříznivé je, když doba postupu povodňové vlny na hlavním toku a na přítocích je přibližně stejná. Po soutoku se obě povodňové vlny střetnou a vznikne podstatně vyšší výsledná povodňová vlna. K střetnutí povodňových vln dochází např. u vějířovité říční sítě (Mže, Úhlava, Úslava a Radbuza u Plzně). U protáhlé stromovité říční sítě takovéto nebezpečí nehrozí.

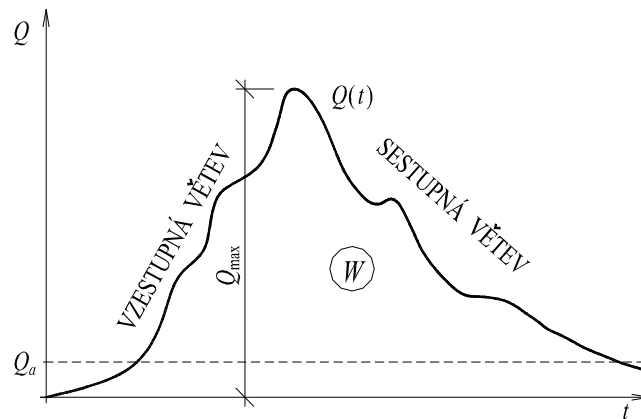


Obr. 16.4 Srovnání vlivu stromovité a vějířovité říční sítě na průběh odtoku

16.3 Maximální průtoky



Jak plyne z předchozího textu, příčinou povodňových průtoků na malých povodích jsou přívalové deště. Na velkých povodích jsou naopak příčinou povodní regionální deště a náhlé tání sněhové pokrývky. V průběhu povodně probíhá v říční síti výrazné neustálené proudění vody. V libovolném profilu na toku je možno znázornit průběh povodně hydrogramem povodně, tj. zaznamenaným časovým průběhem povodňového průtoky.



Obr. 16.5 Hydrogram povodně

Ten se vyznačuje vzestupnou větví, sestupnou větví, kulminačním průtokem Q_{\max} , objemem povodně W a povodňové vlny W_{PV} a tvarem hydrogramu. Objem povodně je roven objemu vody (plocha hydrogramu) nad zvoleným průtokem. Pokud není průtok zadán, implicitně se rozumí hodnota dlouhodobého průměrného průtoku Q_a . Objemem povodňové vlny se rozumí veškerý objem proteklé vody mezi počátkem a koncem povodně. Počátek a konec musí být zadán. Pokud tomu tak není, rozumí se těmito body průsečík Q_a se vzestupnou a sestupnou větví hydrogramu.



Především kulminační průtok rozhoduje v říční síti o škodách, které za povodní vznikají, ale také o dimenzování vodohospodářských, dopravních a jiných staveb na tocích. Správné určení maximálního průtoku má zajistit následnou bezpečnost stavby. Má však zároveň zabránit nevhodnému předimenzování.

Povodně se klasifikují podle pravděpodobnosti překročení kulminačních průtoků p , resp. pravděpodobnosti překročení objemů povodní. Nebo se využívá průměrná doba opakování kulminačních průtoků N , resp. průměrná doba opakování objemů povodní. Mluvíme potom o N -leté vodě Q_N : 1-leté, 2-leté, 5-leté nebo 100-leté, u níž předpokládáme, že je to hodnota průtoku (hladina průtoku), která je v dlouhodobém průměru 1x za N let dosažena nebo překročena. Např. Q_{100} je průtok, který je dosažen nebo překročen v průměru 1-krát za 100 roků. Tento průtok např. může nastat nebo být překročen 3 krát v jednom roce. Pak však 299 roků musí být v daném profilu průtoky nižší !!! Analogicky je tomu u objemů povodní. Pravděpodobnosti překročení kulminačních průtoků a průměrné doby opakování se stanovují pomocí metod teorie pravděpodobnosti. Podkladem jsou soubory naměřených kulminačních průtoků, resp. objemů povodní.

Povodňová vlna je výsledkem složitého srážkoodtokového procesu v povodí. Počátek vzestupné větve hydrogramu odtoku je přitom oproti srážce vždy časově opožděn. Do uzávěrového profilu se dostane voda nejprve z nejbližšího okolí, postupně tam však dospívá i voda vzdálenější, takže průtok stoupá tak dlouho, až k průřezu dospěje voda z hydraulicky nejvzdálenějšího místa povodí. Tuto dobu, jež vyplývá z rychlosti toku vody na povrchu povodí a v říční síti, nazýváme kritickou dobou, nebo-li dobou koncentrace. Tato doba závisí na geografických činitelích povodí.

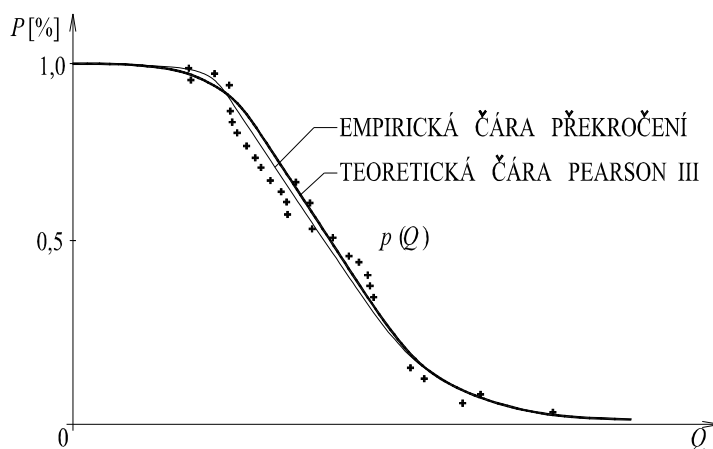


Při určení návrhového průtoku Q_N v určitém profilu na toku, je rozhodující, zda se jedná o měrný vodočetný profil, ve kterém se dlouhodobě měří vodní stavy a potažmo průtoky. Nebo zda se jedná o profil, ve kterém měření v uplynulém období nebylo prováděno. *První případ se týká velkých povodí*, ve kterých je dostatečný profil měrných profilů. Zde se návrhové průtoky stanovují z naměřených souborů pomocí metod matematické statistiky a teorie pravděpodobnosti. *Druhý případ se týká malých povodí*. Zde se návrhové průtoky odhadují převážně pomocí srážkoodtokových vztahů (vzorce), protože srážky se dlouhodobě plošně měří na území celé republiky (Český hydrometeorologický ústav), a tudíž lze podklady o srážkách vždy získat. Případně je možno využít metod analogie, tj. převzít údaje z co možná nejbližší situovaného jiného povodí s obdobnými geografickými činiteli, ve kterém jsou hledaná data k dispozici.

Při určení návrhového průtoku Q_N z naměřených dat se v naší běžné hydrologické praxi postupuje následujícím způsobem. Z naměřených dat se každý rok vybere jeden největší průtok. Z toho plyne, že pokud máme např. 80 let pozorování průtoků, budeme mít v souboru 80 prvků. Pro tato data se sestrojí empirická čára překročení. Obvykle se získá setříděním n prvků v souboru podle velikosti od maximálního po minimální. Žádný se nesmí vynechat. Pokud má více prvků v souboru stejnou hodnotu, opíše se dle počtu takovýchto prvků příslušná hodnota vícekrát. Ke každé hodnotě setříděných průtoků se vypočte příslušná pravděpodobnost překročení podle pořadí v setříděném souboru. První největší má pořadí 1, poslední nejmenší má pořadí n . Pravděpodobnost překročení se ke každému prvku počítá dle Čegodajeva:

$$p_i = \frac{i + 0,3}{n - 0,4}, \quad (16.2)$$

kde i je pořadí prvku a n počet všech prvků. Konstanty 0,3 a 0,4 opravují v tomto vztahu průběh vypočtené pravděpodobnosti z důvodu, že pracujeme s krátkým souborem. Příslušné odpovídající hodnoty průtoku a vypočtené hodnoty pravděpodobnosti překročení jsou souřadnice bodů v pravoúhlém souřadnicovém systému Q, p . Jejich vnesením a proložením "od oka" získáme *empirickou čáru překročení* kulminačních průtoků.



Obr. 16.6 Empirická a teoretická čára překročení povodňových průtoků

Tab. 16.1 $\Phi_i(p_i, C_s)$ Foster-Rybkin

C_s	0,1	1	5	10	20	50	80	90	95	99	99,9	100
0,0	3,09	2,33	1,64	1,28	0,84	0,00	-0,84	-1,28	-1,64	-2,33	-3,09	
0,1	3,23	2,40	1,67	1,29	0,84	-0,02	-0,85	-1,27	-1,61	-2,25	-2,95	-20,00
0,2	3,38	2,47	1,70	1,30	0,83	-0,03	-0,85	-1,26	-1,58	-2,18	-2,81	-10,00
0,3	3,52	2,54	1,72	1,31	0,82	-0,05	-0,85	-1,24	-1,55	-2,10	-2,67	-6,67
0,4	3,66	2,61	1,75	1,32	0,82	-0,07	-0,85	-1,23	-1,52	-2,03	-2,54	-5,00
0,5	3,81	2,68	1,77	1,32	0,81	-0,08	-0,85	-1,22	-1,49	-1,96	-2,40	-4,00
0,6	3,96	2,75	1,80	1,33	0,80	-0,10	-0,85	-1,20	-1,45	-1,88	-2,27	-3,33
0,7	4,20	2,82	1,82	1,33	0,79	-0,12	-0,85	-1,18	-1,42	-1,81	-2,14	-2,86
0,8	4,24	2,89	1,84	1,34	0,78	-0,13	-0,86	-1,17	-1,38	-1,74	-2,02	-2,50
0,9	4,38	2,96	1,86	1,34	0,77	-0,15	-0,85	-1,15	-1,35	-1,66	-1,90	-2,22
1,0	4,53	3,02	1,88	1,34	0,76	-0,16	-0,85	-1,13	-1,32	-1,32	-1,79	-2,00
1,1	4,67	3,09	1,89	1,34	0,74	-0,18	-0,85	-1,10	-1,28	-1,52	-1,68	-1,82
1,2	4,81	3,15	1,92	1,34	0,73	-0,19	-0,84	-1,08	-1,24	-1,45	-1,58	-1,67
1,3	4,95	3,21	1,94	1,34	0,72	-0,21	-0,84	-1,06	-1,20	-1,38	-1,48	-1,54
1,4	5,09	3,27	1,95	1,34	0,71	-0,22	-0,83	-1,04	-1,17	-1,32	-1,39	-1,43
1,5	5,28	3,33	1,96	1,33	0,69	-0,24	-0,82	-1,02	-1,13	-1,26	-1,31	-1,33
1,6	5,37	3,39	1,97	1,33	0,68	-0,25	-0,81	-0,99	-1,10	-1,20	-1,24	-1,25
1,7	5,50	3,34	1,98	1,32	0,66	-0,27	-0,81	-0,97	-1,06	-1,14	-1,17	-1,18
1,8	5,64	3,50	1,99	1,32	0,64	-0,28	-0,80	-0,94	-1,02	-1,09	-1,11	-1,11
1,9	5,77	3,55	2,00	1,31	0,63	-0,29	-0,79	-0,92	-0,98	-1,04	-1,05	-1,05
2,0	5,91	3,60	2,00	1,30	0,61	-0,31	-0,78	-0,90	-0,95	-0,99	-1,00	-1,00
2,1	6,04	3,65	2,01	1,29	0,59	-0,32	-0,76	-0,866	-0,914	-0,915	-0,952	-0,952
2,2	6,14	3,68	2,02	1,27	0,57	-0,33	-0,75	-0,842	-0,882	-0,905	-0,910	-0,910
2,3	6,26	3,73	2,01	1,26	0,55	-0,34	-0,74	-0,815	-0,850	-0,867	-0,870	-0,870
2,4	6,37	3,78	2,00	1,25	0,52	-0,35	-0,72	-0,792	-0,820	-0,830	-0,833	-0,833
2,5	6,50	3,82	2,00	1,23	0,50	-0,36	-0,71	-0,768	-0,790	-0,800	-0,800	-0,800
2,6	6,54	3,86	2,00	1,21	0,48	-0,37	-0,70	-0,746	-0,764	-0,770	-0,770	-0,770
2,7	6,57	3,92	2,00	1,19	0,46	-0,38	-0,68	-0,724	-0,736	-0,740	-0,740	-0,740
2,8	6,86	3,96	2,00	1,18	0,44	-0,39	-0,67	-0,703	-0,711	-0,715	-0,715	-0,715
2,9	7,00	4,01	1,99	1,15	0,41	-0,39	-0,65	-0,681	-0,689	-0,690	-0,690	-0,690
3,0	7,10	4,05	1,97	1,13	0,39	-0,40	-0,64	-0,661	-0,665	-0,666	-0,667	-0,667
3,1	7,23	4,09	1,97	1,41	0,37	-0,40	-0,62	-0,641	-0,645	-0,646	-0,646	-0,646
3,2	7,35	4,11	1,96	1,09	0,35	-0,41	-0,62	-0,621	-0,625	-0,625	-0,625	-0,625
3,3	7,44	4,15	1,95	1,08	0,33	-0,41	-0,59	-0,605	-0,606	-0,606	-0,607	-0,607
3,4	7,54	4,18	1,94	1,06	0,31	-0,41	-0,58	-0,586	-0,587	-0,588	-0,588	-0,588
3,5	7,64	4,21	1,93	1,04	0,29	-0,41	-0,56	-0,570	-0,571	-0,571	-0,572	-0,572
3,6	7,72	4,24	1,93	1,03	0,28	-0,42	-0,55	-0,555	-0,556	-0,556	-0,556	-0,556
3,7	7,86	4,26	1,91	1,01	0,26	-0,42	-0,54	-0,541	-0,541	-0,541	-0,541	-0,541
3,8	7,97	4,29	1,90	1,00	0,24	-0,42	-0,52	-0,526	-0,526	-0,526	-0,527	-0,527
3,9	8,08	4,32	1,90	0,98	0,23	-0,41	-0,51	-0,513	-0,513	-0,513	-0,513	-0,513

Je zřejmé, že proložení takovéto křivky je zejména v koncových částech značně zatíženo subjektem. Proto se množinou bodů prokládá teoretická čára překročení. Může být různého typu. Velmi flexibilní je teoretické rozdělení Pearson III. Pravděpodobnostní funkce popisující hustotu pravděpodobnosti tohoto rozdělení je tříparametrická. Parametry jsou střední hodnota μ_x , směrodatná odchylka σ_x (koeficient variace $C_{v,x}$) a koeficient asymetrie $C_{s,x}$. Kromě toho se jedná o funkci transcendentní, to znamená, že z ní není možno analyticky vypočítat hodnotu určitého integrálu (napsat rovnici distribuční funkce, resp. pravděpodobnosti překročení). Tento problém se řeší numerickou integrací. Její pomocí sestavili Foster a Rybkin obecné tabulky, umožňující při znalosti uvedených tří parametrů přímo vypočítat pořadnice teoretické čáry překročení. Příslušné hodnoty jsou sestaveny v Tab. 16.1.





Vodorovně jsou uvedeny předem zvolené pravděpodobnosti překročení. Svisle se vybere řádek s příslušným koeficientem asymetrie a ke každé hodnotě pravděpodobnosti překročení p_i se odečte příslušná pomocná veličina $\Phi_i(p_i, C_s)$. Z transformačního vztahu:

$$x_i = \mu_x (C_{v,x} \Phi_i + 1). \quad (16.3)$$

pak ke každé hodnotě Φ_i přiřadíme odpovídající hodnotu x_i . V našem případě nahradíme x_i hodnotou Q_i . Odpovídající body (Q_i, p_i) pak vyneseme do souřadnicového systému, ve kterém jsme již vykreslili empirickou čáru překročení kulminačních průtoků. Vizualně posoudíme shodu empirické a teoretické čáry překročení. Pokud je shoda dobrá, byla volba typu teoretického rozdělení vyhovující. Pokud ne, musíme zvolit jiný typ rozdělení. Vztah mezi pravděpodobností překročení p , periodicitou p' a průměrnou dobou opakování N je dán empirickým exponenciálním vztahem:

$$p = 1 - e^{-p'} = 1 - e^{-\frac{1}{N}} \quad (16.4)$$

Orientačně pak je uvedena závislost mezi těmito veličinami v Tab. 16.2.

Tab. 16.2 Závislost mezi p , p' a N

p	0,01	0,02	0,05	0,10	0,18	0,39	0,63
p'	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	0,50	1,00
N	100	50	20	10	5	2	1



Z tabulky je zřejmé, že pro malé hodnoty p platí, že $p \cong p'$. Pro dané hodnoty průměrné doby opakování N je nyní možno dle (16.4) vypočítat odpovídající p a z Obr. 16.6 odečíst odpovídající návrhový průtok Q_N .

Poměrně častou úlohou bývá zjistit návrhové průtoky Q_N na tocích, kde *nejsou přímá pozorování*. To se týká hlavně *malých povodí*. Jedná se o velmi složitou úlohu, která není dosud spolehlivě dořešena. Používají se různé vzorce, kterých je poměrně značné množství. Z nich se zmíníme o intenzitním vzorci, který se využívá pro velmi malá povodí, zejména urbanizovaná při návrhu stokových sítí, plošně nepřesahující několik hektarů. Návrhový průtok se vypočte dle vztahu:

$$Q_N = i_N S_p \varphi, \quad (16.5)$$

kde i_N je návrhová intenzita kritického deště (doba trvání je rovna době koncentrace) s daným opakováním (periodicitou) a odečítá se z Truplových grafů, S_p je plocha povodí a φ je součinitel odtoku v Tab. 16.3. Ve stokování se běžně považuje za kritickou dobu trvání deště 15 minut.

Dobu koncentrace τ_k je možno odhadnout jako (mapové podklady):

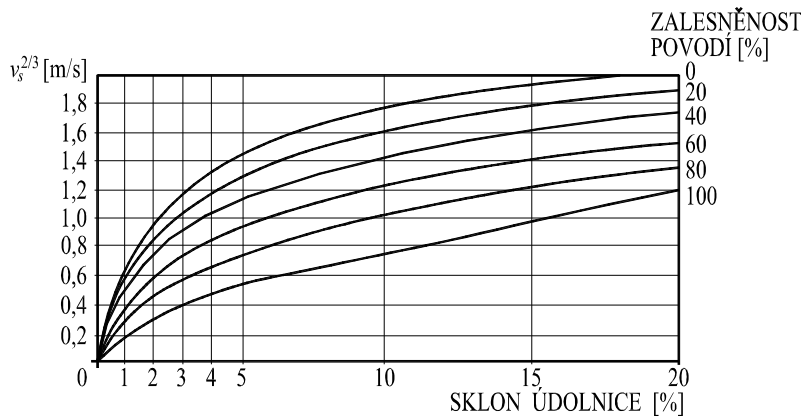
$$\tau_k = \frac{L}{v_s}, \quad (16.6)$$

kde L je délka údolnice a v_s je střední doba doběhu dle Čerkašina.

Tab. 16.3 Součinitelé odtoků φ

Číslo	Způsob zastavění a druh pozemku, příp. druh úpravy povrchu	Konfigurace území		
		do 1%	1-5%	nad 5%
I	Zastavěné plochy (střechy)	0,90	0,90	0,90
II	Asfaltové a betonové vozovky, dlažby se zálivkou	0,70	0,80	0,90
III	Obyčejné dlažby (pískové spáry)	0,50	0,60	0,70
IV	Štěrkové silnice, dlažba ze štětového kamene	0,30	0,40	0,50
V	Nezastavěné plochy	0,20	0,25	0,30
VI	Hřbitovy, sady, hřiště	0,10	0,15	0,20
VII	zelené pásy, pole, louky	0,05	0,10	0,15
VIII	Lesy	0,00	0,05	0,10

Poznámka: V tabulce uvedení odtokové součinitelé mají platnost pro půdu střední propustnosti. U propustné půdy (písek) se zmenšuje o 10%, při nepropustné (jíl, skála) se zvyšuje o 10%.

**Obr. 16.7** Závislost střední doby doběhu v_s na sklonu údolnice a zalesnění povodí

Často se pro stanovení návrhového průtoku používají i exponenciální vzorce, které vycházejí z předpokladu, že specifický odtok q_{100} je nepřímo úměrný ploše povodí. Obecně pak platí:

$$q_{100} = \frac{A}{S_p^n}, \quad (16.7)$$

kde A a n jsou hodnoty, které platí pro určité povodí, pro návrhový průtok Q_{100} lze psát:

$$Q_{100} = \frac{A}{S_p^n} S_p = \frac{A}{S_p^{n-1}}. \quad (16.8)$$

Pokud je třeba přepočítat vypočtené Q_{100} na jiný návrhový průtok Q_N , používá se vztah:

$$Q_N = Q_{100} \alpha_N, \quad (16.9)$$

kde α_N se určí z tabulek Bratránek, resp. Duba v závislosti na geografických činitelích povodí.



16.4 Minimální průtoky



Setrvalé nízké a minimální průtoky (malé vody) v tocích jsou hospodářsky důležité, protože omezují využití vody pro zásobování průmyslu i obyvatelstva, pro účely energetické, závlahy a další. Projevuje se v nich také v největší míře znečištění toků, které se stává stále závažnější otázkou našeho (i světového) vodního hospodářství. Nejmenší průtoky vznikají v období, kdy na delší dobu přestává povrchový odtok, takže zásoby podzemní vody jsou značně vyčerpány. Na horských tocích je to u nás na konci zimního období, kdy srážky zůstávají ležet v povodí ve formě sněhu, nejčastěji v únoru. Na nížinných tocích se projevují koncem suchého léta nebo na podzim, kdy bývají delší období beze srážek a kdy se menší srážka za poměrně vysokých teplot zcela vypaří.

Jako *absolutní minimum* $Q_{abs\ min}$ označujeme okamžitý nejmenší průtok, pozorovaný v daném měrném profilu v dlouholetém období. Jinak popisujeme všechny typické malé průtoky pomocí průměrných denních průtoků. Analogií N -letých maximálních průtoků Q_N jsou u malých vod *N -leté minimální průtoky*. Značí se $Q_{N,min}$ a udávají hodnotu (hladinu) průtoků, která je v dlouhodobém průměru dosažena nebo nedostoupena jedenkrát za N roků. Odečítají se tedy z čáry nedostoupení (distribuční křivka) a do souboru pro zpracování se každý rok opět vybírá nejmenší průměrný denní průtok. Malé vody se popisují rovněž pomocí *m -denních vod*. Ty se značí $Q_{m,d}$ a udávají hodnotu (hladinu) průtoků, která je dosažena nebo překročena v dlouhodobém průměru po m dnů v roce. Do souboru pro zpracování se tentokrát zahrnují všechny průměrné denní průtoky za celé pozorované období. Sestrojí se z nich dříve popsaným způsobem čára překročení a ta se vyhladí teoretickou křivkou. Pravděpodobnostní osa se na závěr nahradí časovou osou. Pravděpodobnosti rovné 1 odpovídá 365. den v roce. Nule odpovídá nula a mezi nulou a 365 je měřítko lineární. Čáru překročení vynesenu v relativních pořadnicích jsme tak nahradili čarou překročení vynesenu v absolutních pořadnicích. Pro zvolený průtok z ní snadno odečteme po kolik dnu v roce je tento průtok dosažen nebo překročen.

V profilech, kde není k dispozici měření, snahy o použití empirických vzorců pro odhad minimálních návrhových průtoků převážně selhaly. V tomto případě se doporučuje užívat metod analogie.

16.5 Zimní režim toků a ledové jevy



Za zimního období, když teploty ovzduší klesnou pod bod mrazu, začne se na tocích v naší zeměpisné šířce tvořit led. Na stojatých vodách se ochladí stykem se vzduchem tenká povrchová vrstva vody na $0\ ^\circ\text{C}$ a vytvoří se tenké *ledové plošky*, které se spojí v tenkou *ledovou vrstvu* a ta se zesiluje podle velikosti mrazu a počtu dnů s nízkou teplotou. Na velkých jezerech trvá zamrzání dlouho, neboť je rušeno vlněním. *Tloušťka ledu* se zpočátku rychle zvětšuje, pak se však růst zvolňuje, poněvadž led tepelně izoluje. Vrstva ledu dosahuje tloušťky 60 až 80 cm i více.

Na tocích je v proudu vznik ledu složitější. Nejprve zamrzají tenkým ledem tišiny a okraje řek a objevuje se drobný *krupičkový vnitřní neboli dnový led*,

který se vznáší ve vodě nebo přilne v chuchvalcích ke dnu. Tento led vzniká z přechlazení vody na hladině a turbulencí proudu se přemísťuje. Podmínkou je ochlazení celé masy vody. Na hladině ze shluku ledových krystalků vznikají malé *ledové kry*. Jejich spojováním s dnovým ledem, který se vztlakem odtrhuje od dna, vznikne ledová tříšť, která pluje po vodě. Kry se zcelují, za mrazu rostou a led se mění v hutný, *celistvý ledový kryt*. Zamrznutí hladiny může být celkové nebo částečné. Dnový led se hromadí pod ledovým krytem a často zaujímá velkou část průtočného průřezu, hromadí se v přívodech k elektrárnám a zacpává vtoky s česlemi. Ledovým krytem se zvětšují odpory třením v průřezu, takže průtočnost se zmenšuje. To je třeba vzít v úvahu při vyčíslování průtoků z vodních stavů měrnou křivkou. Zvláště proto, že proměnlivé nahromadění dnového ledu ještě může ucpat část průtočného průřezu. Led se na našich tocích vyskytuje obvykle v lednu a únoru, ve vyšších polohách od listopadu do března. Při oteplení je růst ledu zastaven a pak započne jeho odtávání.



Při oblevě se zvětšuje průtok, kapacita koryta pod ledem nestačí. Ledový kryt, se nadzvedne a rozláme. Kry se dají do pohybu a nastává *chod ledu neboli dřenice*. V některých místech se mohou kry zastavit, hromadí se, navrší se na sebe a tlakem vody se stlačují tak, až ucpou koryto - nastává *ledová zácpa*. Stává se to v ostrých zákrutech koryta, na konci vzdutí jezu, při náhlém zmenšení sklonu nebo u místních překážek proudu (pilíře mostů atd.). Za ledovou zácpu se vzdouvá voda a vznikají tím *povodně*, které často převyšují úroveň největších známých dešťových povodní. Proti ledovým zácpám se lze bránit především odstraňováním překážek v korytě, hlavně ostrých zákrutů a mělkých brodů. Někdy se musí k odstranění ledové přepážky užít trhavin. Nejtěžší je chod ledů tehdy, zamrzne-li řeka při nízkém vodním stavu. Velké vodní nádrže mění ledové poměry na tocích, protože vypouštění teplé vody z dolní části nádrže brání tvoření ledu.

Kontrolní otázky

- Definujte *N-letý a m-denní průtok*.
- Zapište *intenzivní vzorec, co je to součinitel odtoku φ* ?

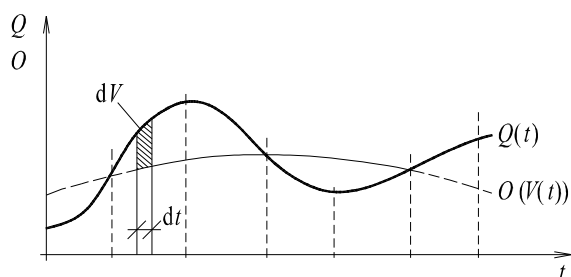


17 Vodní nádrže

Pokud v povodí existují vodní nádrže, je vodní režim toků, které protékají těmito nádržemi směrem po toku ovlivněn. K tomuto ovlivnění dochází ať již jde o nádrže přirozené (jezera), nebo umělé (rybníky, údolní přehrad). Účel budování vodních nádrží je obvykle mnohostranný. Vodní nádrže *plní řadu účelů*: zásobování obyvatelstva a průmyslu vodou, ochrana území pod nádržemi před povodněmi, využití vodní energie, vyrovnávání průtoků v toku pod nádrží, získání vody pro závlahy, plavba, rekreace a vodní sporty, chov ryb a vodní drůbeže apod. Pokud nádrž plní více účelů souběžně, mluvíme o *víceúčelové vodní nádrži*. To je typické zejména pro velké údolní vodní nádrže.



Okamžitý vztah mezi přítokem vody do nádrže $Q(t)$, odtokem vody z nádrže $O(V(t))$ a objemem vody v nádrži $V(t)$ popisuje tzv. *základní rovnice nádrže*. Lze ji odvodit podle Obr. 17.1.



Obr. 17.1 Časový průběh přítoku a odtoku vody z nádrže



Za nekonečně malý časový krok dt se objem vody v nádrži (plnění) změní o:

$$dV = [Q(t) - O(V(t))] dt. \quad (17.1)$$

Odtud plyne:

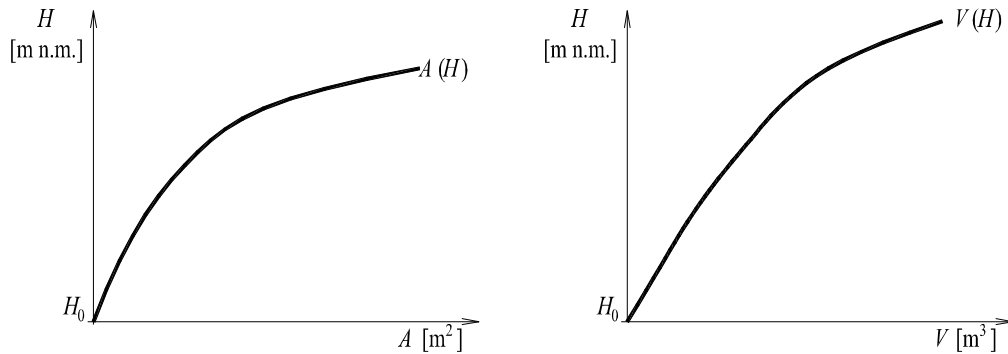
$$\frac{dV}{dt} = Q(t) - O(V(t)). \quad (17.2)$$

Rovnice (17.2) je základní diferenciální rovnicí prvního řádu. Napsaný vztah plyne ze zákona zachování hmotnosti a protože považujeme vodu za velmi málo stlačitelnou, potažmo ze zákona zachování objemů, je vlastně rovnicí kontinuity napsanou pro nádrže. Odtok vody z nádrže při nastavených polohách regulačních uzávěrů (určují dynamické vlastnosti) jednoznačně závisí na plnění nádrže. Proto je v uvedených vztazích odtok funkcí objemu v čase t . Rovnici (17.2) je možno psát rovněž ve tvaru diferenčním. Často nás nutí k tomuto zápisu popis přítoku vody do nádrže, to jest hydrologický popis kapacity vodního zdroje, který není možno analyticky zapsat a je k dispozici pouze ve formě průtokové řady jejíž členy jsou na konečně velkém časovém kroku Δt konstantní. Jedná se o řadu průměrných hodinových průtoků, průměrných denních průtoků, průměrných měsíčních průtoků apod. Základní rovnici nádrže je možno psát též ve tvaru integrálním, resp. součtovém. V tomto případě nám vyjadřuje, jak se při zadaném počátečním objemu vody v nádrži a při daném přítoku a odtoku vody z nádrže změní za určité období její plnění.

Základní funkcí nádrže je tedy časová redistribuce průtoků. Nádrž je schopna jímat nadbytečný průtok vody v toku a shromažďovat jej pro pozdější využití, což se projevuje jejím plněním. V málovodém období je naopak schopna zlepšovat malé průtoky vody v toku, což se projeví jejím prázdněním. Analogicky při průchodu povodně se v nádrži hromadí nadbytečné množství vody, což přispívá ke snížení průtoků vody v toku. Tato voda se pak bezpečně z nádrže vypouští až po skončení povodňových průtoků.

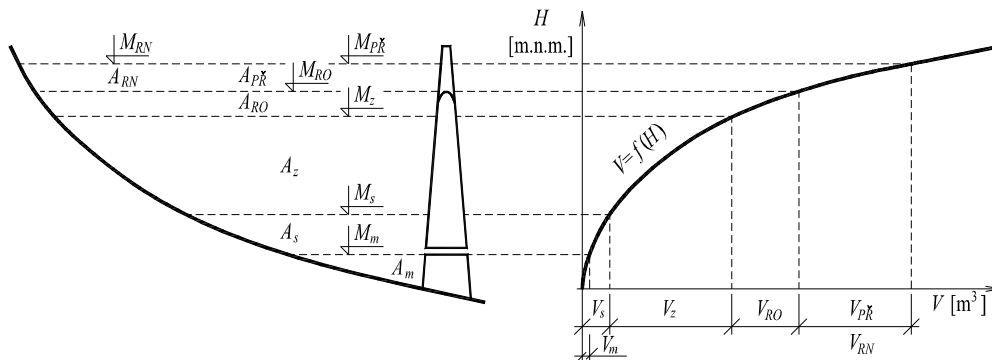


Morfologie údolí každé nádrže je popsána *charakteristikami nádrže (batygrafickými křivkami)*. Jsou to *čára zatopených ploch $A(H)$ a čára zatopených objemů $V(H)$* . Udávají závislost mezi nadmořskou výškou vodní hladiny H a její plochou A a mezi nadmořskou výškou vodní hladiny H a příslušným plněním nádrže V . Čára zatopených ploch se určuje převážně z vrstevnicového plánu. Čára zatopených objemů se odvozuje z čáry zatopených ploch.



Obr. 17.2 Batygrafické křivky

Pro plnění těchto a dalších účelů jsou v nádržích vymezeny tzv. *funkční prostory*. Typické uspořádání funkčních prostorů v údolní nádrži je znázorněno na Obr. 17.3.



Obr. 17.3 Funkční prostory v nádrži

V nejnižší části nádrže se nachází *prostor stálého nadržení* A_s , má objem V_s a hladinu M_s . Tento prostor se běžně nevyužívá a voda v něm, i když má nejnižší kvalitu, slouží jako tzv. "železná rezerva". Jeho součástí je *mrtvý prostor* A_m (ostatní označení je analogické). Ten leží pod úrovní spodních výpustí a nelze jej vyprázdnit gravitačně.



Nad prostorem stálého nadržení leží velmi důležitý *zásobní prostor* A_z . Ten slouží k zásobení převážně obyvatelstva, průmyslu a zemědělství vodou. Využívá se rovněž hydroenergeticky.

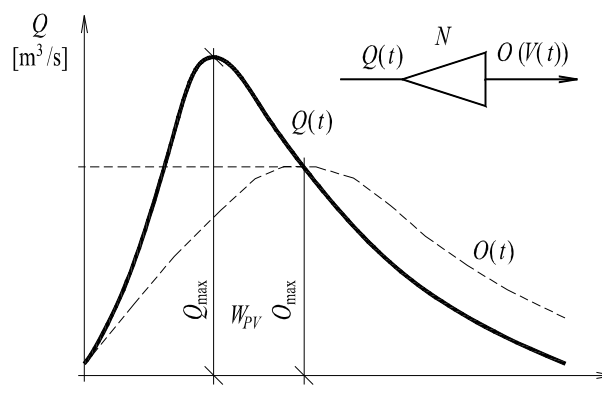


Nad prostorem stálého nadržení leží *prostory ochranné*. To jest *retenční prostor ovladatelný* A_{RO} (pro manipulaci s odtokem vyžaduje přítomnost obsluhy). A *retenční prostor neovladatelný* A_{RN} , který leží nad korunou pevného bezpečnostního přelivu. Odtok z něj probíhá automaticky. Ne všechny prostory musí v takovéto nádrži existovat. Zejména retenční prostor ovladatelný může absentovat.



Odtok vody z nádrže je převážně řízen, což vyžaduje přítomnost lidské obsluhy. Pouze u malých vodních nádrží - zejména rybníků, které plní jiné účely, není trvalá přítomnost obsluhy vyžadována. Takovéto nádrže jsou chráněny proti přelití pouze *bezpečnostním přelivem*. Transformační účinek povodňového průtoku retenčním prostorem neovladatelným je patrný z Obr. 17.4.





Obr. 17.4 Transformace povodně retenčním prostorem neovladatelným



Dochází při něm ke snížení kulminačního odtoku z nádrže O_{max} . Tato kulminace vždy leží na sestupné větvi hydrogramu přítoku $Q(t)$ (je dosaženo maximálního plnění nádrže) rovněž dochází k celkovému zploštění povodně. Po dosažení kulminace je odtok z nádrže vyšší než přítok a retenční prostor neovladatelný se postupně prázdní.

Zploštění povodňové vlny způsobí i rozlítí do inundací toku, které zadržují vodu obdobně jako velká ochranná nádrž. K vodním nádržím patří jak bylo uvedeno i rybníky. Jejich množství bylo v našich zemích ve feudálním období značné. Později se hodně rybníků z různých důvodů zrušilo. Přesto však (např. na Lužnici) výrazně ovlivňují a vyrovnávají průtoky. Význam rybníků tkví kromě chovu ryb ve zvlhčování okolního ovzduší, zvyšování množství podzemní vody a rovněž tvoří určitou zásobu vody pro místní potřeby uživatelů.



Kontrolní otázky

- Zapište základní rovnici nádrže.
- Definujte funkční prostory nádrže.

18 Závěr

18.1 Shrnutí



Ve studijním textu „Hydraulika a hydrologie“, který je studijní oporou stejnojmenného předmětu, jsou uvedeny základy hydrauliky a hydrologie. A to hydrostatika, hydrodynamika, výtok kapaliny otvorem, přepady, ustálené tlakové proudění vody v potrubí, ustálené proudění vody v otevřených korytech, vodní skok, propustky a mosty, proudění podzemní vody, hydrologie, srážky, říční síť, vodní nádrže.

19 Studijní prameny

19.1 Seznam použité literatury



Boor, B., Kunštátský, J., Patočka, C. *Hydraulika pro vodohospodářské stavby*. Praha: SNTL/ALFA. 1968. 520 stran.

Hálek, V., Švec, J. *Hydraulika podzemní vody*. Praha: Academia. 1973. 376 stran.

- Jandora, J., Stara, V., Starý, M. *Hydraulika a hydrologie*. Brno: Akademické nakladatelství CERM. 2002. ISBN 80-214-2204-1.
- Jandora, J., Uhmánová, H. *Základy hydrauliky a hydrologie – Příklady*. Brno: Akademické nakladatelství CERM. 1999. ISBN 80-214-1160-0.
- Kunštátský, J., Patočka, C. *Základy hydrauliky a hydrologie*. Praha: SNTL/ALFA. 1966. 250 stran.



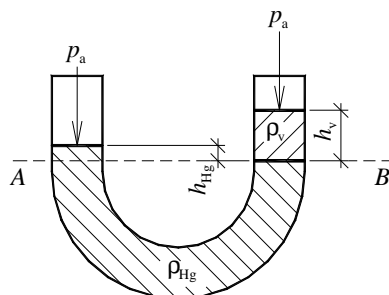
19.2 Seznam doplňkové studijní literatury

- Fletcher, C. A. J. *Computational Techniques for Fluid Dynamics (Volume I and II)*. Berlin. Springer-Verlag. 1991.
- Havlík, V., Marešová, I. *Hydraulika I, Příklady*. Praha: ČVUT. 1994. 243 stran. ISBN 80-01-01162-3.
- Havlík, V., Marešová, I. *Hydraulika II, Příklady*. Praha: ČVUT. 1995. 245 stran. ISBN 80-01-01384-7.
- Kemel, M. *Klimatologie, meteorologie, hydrologie*. Praha: ES ČVUT. 1996.
- Kratochvíl, J. a kol. *Hydraulika*. Brno: VUT v Brně. 1991. 148 stran.
- Mässiari, E., Kamenský, J. *Hydraulika pre stavebných inžinierov I - Objekty a potrubia*. Bratislava: ALFA. 1986. 344 stran.
- Munson, B. R., Young, D. F., Okiishi, T. H. *Fundamentals of fluid mechanics*. New York: John Wiley & Sons, Inc.. 1998. 877 stran. ISBN 0-471-355023-X
- Říha, J. a kol. *Matematické modelování hydrodynamických a disperzních jevů*. Brno: VUT v Brně. 1997. 185 stran. ISBN 80-214-0827-8.
- Sommer, M. *Hydrologie*. Praha: SNTL. 1985.
- Starý, M., Kožnárek, Z., Soukalová, E. *Hydrologie. Návody do cvičení*. Brno: ES VUT. 1989.
- Starý, M. *Nádrže a vodohospodářské soustavy*. Brno: ES VUT. 1991.

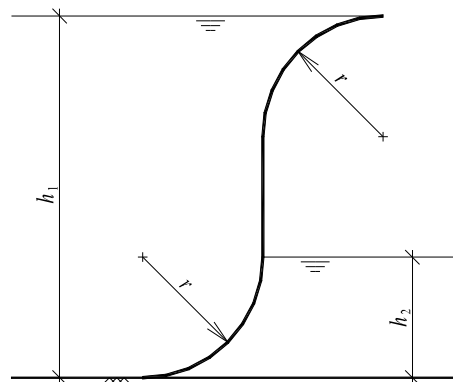


20 Autotest

1. Určete hydrostatický tlak na hydrant umístěný v bazénu v hloubce $h = 10,0$ m. V bazénu je voda ($\rho = 1000$ kg/m³).
2. Do skleněné U-trubice o plošném obsahu $A = 2$ cm² (Obr. 20.1) byla nalita rtuť ($\rho_{\text{Hg}} = 13\ 550$ kg/m³). Jak se změní poloha hladiny, přileje-li se $m_v = 50$ g vody ($\rho_v = 1000$ kg/m³)? Na oba konce trubice působí stejný tlak p_a .



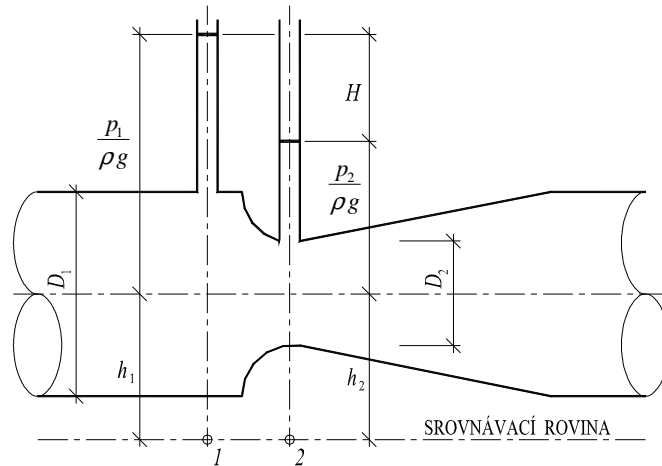
Obr. 20.1 U-trubice



Obr. 20.2 Stěna nádrže



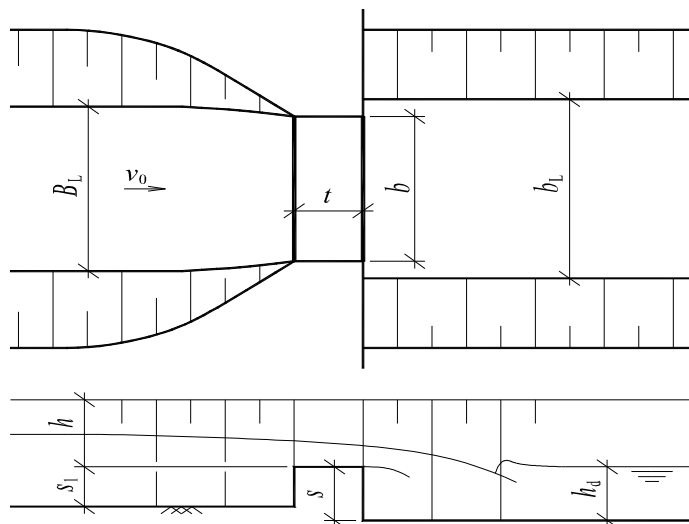
- Určete velikost hydrostatické síly F , kterou působí voda na 1m' běžný stěny nádrží podle Obr. 20.2. Dáno: $h_1 = 6,0$ m, $h_2 = r = 2,0$ m. V obou zdržích je voda.
- Do vodovodního potrubí byl vřazen venturimetr (Obr. 20.3). Vypočítejte rychlosti v_1 , v_2 a průtok Q vody, je-li $D_1 = 100$ mm, $D_2 = 50$ mm, rozdíl tlaků $H = 80$ mm, $\alpha = 1$ a $h_1 = h_2$. Ztráty zanedbejte.



Obr. 20.3 Venturimetr

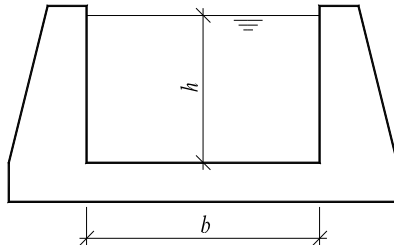


- Ve svislé stěně vodojemu je čtvercový otvor s délkou strany $a = 0,5$ m. Jeho horní okraj je 75 cm pod hladinou. Vypočítejte výtok tímto otvorem a navrhnete průměr kruhového otvoru tak, aby hloubky těžišť byly stejně hluboko pod hladinou a aby průtok byl v obou případech stejný ($v_0 = 0$ m/s, $\mu = 0,65$).
- Přes obdélníkový přeliv tloušťky $t = 2$ m, v lichoběžníkovém korytě se sklony svahů 1:1 a se šířkou ve dně $b_L = 25$ m má přepadat průtok $Q = 45$ m³/s (Obr. 20.4). Přepadová výška je $h = 1,2$ m. Koruna přelivu je 0,8 m nade dnem přítokového koryta ($s_1 = 0,8$ m) a 1,2 m nade dnem odpadního koryta ($s = 1,2$ m). Přívodní koryto je plynule napojeno na svislé břehové pilíře přelivu. Přepad je dokonalý ($h_d = 0,75$ m). Úkolem je stanovit potřebnou šířku přelivu b ($\alpha = 1$).



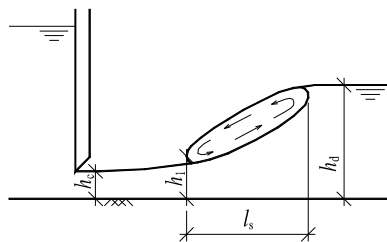
Obr. 20.4 Plynulé navázání jezu na břehy koryta

7. Jaké budou ztráty ve vodovodním potrubí ($n = 0,012$) o průměru $D = 300$ mm a délky $L = 500$ m při průtoku $Q = 0,060$ m³/s?
8. Určete průtok vody, který protéká hloubkou $h = 1,2$ m v obdélníkovém betonovém korytě ($n = 0,014$) se šířkou ve dně $b = 7,0$ m a sklonem dna $i = 0,001$.



Obr. 20.5 Obdélníkové koryto

9. Do obdélníkového žlabu šířky $b = 1,2$ m se napouští stavítkem voda (Obr. 20.6). Při průtoku $Q = 1,2$ m³/s se vytvoří za stavítkem při dně hloubka $h_c = 0,2$ m. Zjistěte jaký vodní skok se ve žlabu vytvoří, jestliže žlabem odtéká voda při daném průtoku rovnoměrně hloubkou $h_d = 0,6$ m ($\alpha = \beta = 1$).



Obr. 20.6 Stavítko

21 Klíč

- $p_h = 98,10$ kPa (rovnice (3.7)).
- $h_{Hg} = 0,018$ m (nejprve se určí $h_v = 0,25$ m, a to z hmotnosti vody, hustoty vody a plošného obsahu U-trubice, a dále pak se určí h_{Hg} z podmínky rovnováhy na rovňové ploše A-B).
- $F = 179,41$ kN; $F_h = 156,960$ kN; $F_v = 86,90$ kN (použijí se zatěžovací obrazce (Obr. 3.11) a rovnice (3.20)).
- $v_1 = 0,323$ m/s; $v_2 = 1,294$ m/s; $Q = 2,541 \cdot 10^{-3}$ m³/s (zapíše se Bernoulliho rovnice (4.23) pro profily 1 a 2 a dále se použije rovnice kontinuity (4.11) opět zapsaná pro profily 1 a 2, podrobně je postup rozebrán v odstavci 4.2.2).
- $Q = 0,718$ m³/s; $h_T = 1,00$ m; $D = 0,564$ m (pro výtok obdélníkovým otvorem platí (5.11) a pro výtok kruhovým otvorem (5.12)).





6. $b = b_0 = 21,76$ m; $v_0 = 0,833$ m/s, $A_0 = 54,0$ m²; $h_0 = 1,235$ m; (jedná se o dokonalý přepad ($h_d < s$) přes obdélníkový přeliv bez bočního zúžení; přepadový součinitel se určí z tabulky (6.5) $t:h = 1,667 \Rightarrow m = 0,34$; přepadové množství se určí ze vztahu (6.13); $v_0 = \frac{Q}{A_0}$; $h_0 = h + \frac{\alpha v_0^2}{2g}$).
7. $h_z = 1,64$ m (rovnice (7.29) a tabulka 7.3 – $A = 0,9111$ s²/m⁶).
8. $Q = 17,60$ m³/s; $A = 8,4$ m²; $O = 9,4$ m; $R = 0,894$ m; $C = 70,1020$ m^{0,5}/s; $v = 2,10$ m/s (použije se Chézyho rovnice (8.1) a Manningův vztah (8.3)).
9. $h_2 = 0,915 > h_d \Rightarrow$ vznikne oddálený vodní skok ($h_1 = h_c$; druhá vzájemná hloubka se určí podle vztahu (9.5)).